Der Frame–Budget–Ansatz (FBA)

Wie Zeit, Dynamik und Geometrie aus Budgetflüssen entstehen

Eine operative Brücke zwischen Quantenmechanik und Allgemeiner Relativitätstheorie

Teil IX: Kosmische Dynamik, Time Dilation & Inflation (TDI)

Dipl. Wirt.-Inf. Jens Tetzner

21. Januar 2026

Inhaltsverzeichnis

Teil IX

Kosmische Dynamik, Time Dilation & Inflation (TDI)

IX.1 Einleitung & Zielbild

IX.1.1 Motivation

Diese Abhandlung entwickelt eine FBA–basierte Beschreibung der *kosmischen Dynamik*, in der die beobachtete beschleunigte Expansion als Effekt einer Inflation durch Zeitdilatation verstanden wird, hier *Time–Dilation Inflation (TDI)* genannt.[1]

Der zentrale Punkt ist dabei *nicht* ein zusätzlicher Energieterm, sondern eine kontrollierte Aussage darüber, wie *Uhrenraten* und *großskalige Skalenentwicklung* im FBA zusammenhängen, sobald eine externe Front die Vergleichsskala setzt.

TDI ist daher kein Ad–hoc–Postulat, sondern folgt (unter den importierten Annahmen und im großskaligen, homogen/isotropen Limes) aus Budgetflüssen und deren irreversiblen Anteilen (FRW–Coarse–Graining): Wenn ein Teil des Budgets irreversibel intern gebunden ist, dann läuft lokale Eigenzeit systematisch langsamer relativ zur extern kalibrierten Zeit, und genau diese Relativierung schlägt sich in den kosmologischen Observablen nieder.[2] [3]

IX.1.2 Logikpfad

Wir bauen die Argumentation so auf, dass jede neue Größe erst dann eingeführt wird, wenn klar ist, *welches Messproblem* sie löst und *warum* sie aus den zuvor fixierten Bausteinen (in diesem Protokoll) notwendig wird:

1. **Abfolge & Budget.** Die geordnete Folge globaler Frames/Minimalereignisse und das Budget-Kalkül (intern/extern/irreversibel) sind die einzige Basis. Damit ist festgelegt, was überhaupt als Veränderung zählt und wie „Ressourcenverbrauch“ operativ bilanziert wird.
2. **Kalibration.** Eine externe Front fixiert die Zeitskala und die maximale Ausbreitungsrate c. Erst dadurch werden Aussagen wie „langsamer“ oder „schneller“ zwischen Systemen operational vergleichbar, weil alle Messprotokolle denselben externen Takt und dieselbe Frontschranke teilen.
3. **FRW-Coarse-Graining.** Das homogen/isotrope Mittel der Budgetflüsse liefert die Hintergrundbeschreibung $(a(t), H(t))$. Dieser Schritt trennt sauber Hintergrund und (hier nur skizzierte) Störungen und macht klar, welche Größen auf Großskalen überhaupt sinnvoll beobachtbar sind.
4. **TDI-Faktor.** Aus irreversiblen *internen* Budgetanteilen entsteht ein Dilationsfaktor

$$\chi(t) := \frac{d\tau_{\text{geo}}}{dt} \in (0, 1],$$

[1]Ein Überblick über alle Teile der FBA-Abhandlung inklusive Downloadlinks findet sich in Kapitel IX.12 dieses Dokuments.

[2]Siehe FBA Teil I: FBA - Grundlagen, Kapitel I.1–I.3 „Abfolge, Budget & Kalibration“.

[3]Siehe FBA Teil I: FBA - Grundlagen, Kapitel I.4–I.5 „Eigenzeit & GKLS/DPI“.

der an $a(t)$ koppelt. Das ist der zentrale Hebel: χ ist keine neue „Substanz", sondern die Buchhaltungsfolge der internen Irreversibilität, sobald t durch die Front kalibriert ist und Eigenzeit operational als Uhrenablesung vorliegt.

5. **Beobachtungen.** Aus (a, χ) folgen Distanz- und Zeitmaße (z. B. $d_L(z)$, $H(z)$, Altersintegrale) sowie Konsistenzrelationen, die Geometrie (Distanzkanal) und Taktung (Zeitkanäle) miteinander verknüpfen.
6. **Tests.** Weil χ an Budgetflüsse gebunden ist, entstehen überbestimmte Beziehungen. Damit sind Pass/Fail-Prüfungen gegenüber Standardkosmologie möglich, anstatt dass Abweichungen nur nachparametrisiert werden.

IX.1.3 Scope/Abgrenzung

Wir arbeiten auf einem homogenen/isotropen Hintergrund (FRW–Symmetrie) mit optionalem Krümmungsparameter $k \in \{-1, 0, +1\}$. Lineare Störungen (Wachstum) werden nur skizziert, weil der Kernbeitrag dieser Abhandlung im Hintergrund liegt: Wir isolieren zuerst den Einfluss der Zeitkalibration auf die Expansion, bevor zusätzliche Freiheitsgrade durch Störungsphysik ins Spiel kommen. Gravitation aus Budgetflüssen im Allgemeinen wird in späteren Teilen behandelt.[4] Skalen und Einheiten folgen der Kalibrations- und Skalenabhandlung.[5] Diese Abhandlung fokussiert die *Hintergrunddynamik* und die beobachtbaren Konsequenzen der TDI–Kopplung.

IX.1.4 Beitrag gegenüber Standard–Kosmologie

Anstatt eine zusätzliche dunkle Energiedichte zu postulieren, wird ein effektiver Beschleunigungsterm aus irreversibler *interner* Budgetnutzung und kalibrierter Zeitdilatation abgeleitet. Der Gewinn ist strukturell: (i) Es entstehen *überbestimmte* Konsistenzrelationen zwischen $H(z)$, Distanzmaßen und Altersintegralen. (ii) Zeitbasierte Observablen (z. B. Redshift–Drift, Chronometer) werden zu direkten Trägern der Signatur, weil TDI primär an Uhrenraten ansetzt. (iii) Die Freiheitsgradzählung reduziert sich: $\chi(t)$ ist nicht frei, sondern an Budgetflüsse gekoppelt und damit als Hypothese testbar.

IX.1.5 Lesefaden

Die Kapitel sind so angeordnet, dass jeweils zuerst die *Begriffe und Messprotokolle* fixiert werden und erst danach die daraus folgenden kosmologischen Aussagen:

- **Kapitel IX.2 - Vorangestellte Grundlagen & Konventionen** importiert die nötigen Grundlagen aus FBA - Grundlagen und setzt die kosmologische Notation, damit spätere Ableitungen nicht an Konventionsfragen hängen und keine neuen Zeitbegriffe unbemerkt „hineinrutschen".[6]
- **Kapitel IX.3 - FRW–Effektivdynamik aus Budgetflüssen** konstruiert die FRW–Effektivbeschreibung aus Budgetflüssen. Erst danach ist klar, welche Größen im FBA die Rollen von $a(t)$ und $H(t)$ übernehmen und wie Distanzkinematik überhaupt anzusetzen ist.

[4] Siehe FBA Teil VI: Gravitation & Geometrie aus Budgetflüssen, Abschnitt VI.2–VI.4 „Budget–Geometrie".

[5] Siehe FBA Teil VII: Konstanten, Skalen & Renormierung, Abschnitt VII.1–VII.2 „Kalibration & thermische Skalen".

[6] Siehe FBA Teil I: FBA - Grundlagen, Kapitel I.1–I.5 „Abfolge, Budget, Kalibration, Eigenzeit".

- **Kapitel IX.4 - TDI-Faktor: Deduktion & Kopplung** führt den TDI–Faktor χ ein und koppelt ihn an die Hintergrundgrößen. Damit wird präzisiert, *wo* TDI ansetzt: nicht als neue „Substanz“, sondern als Taktungsfaktor realer Uhren relativ zur front-kalibrierten Zeit.

- **Kapitel IX.5 - Beobachtbare Größen: Distanzen, Zeiten, Drifts** leitet beobachtbare Größen ab (Distanzen, Altersintegrale, Redshift–Drift) und macht explizit, welche Kanäle χ tragen und welche nicht – dadurch entstehen konkrete, datengetriebene Rekonstruktionsgleichungen.

- **Kapitel IX.6 - Budgetbilanzen & effektiver Zustand (EoS)** bündelt die budgetären Bilanzen und formuliert einen effektiven EoS–Parameter, damit der Vergleich zur Standardnotation möglich ist, ohne Bedeutungen zu verschieben oder Feldgleichungen zu unterstellen.

- **Kapitel IX.7 - Vorhersagen & Falsifizierbarkeit (Pass/Fail)** sammelt die überbestimmten Vorhersagen als Nulltests und Pass/Fail–Kriterien, also genau die Stelle, an der TDI nicht „passend gemacht“, sondern überprüft wird.

- **Kapitel IX.8 - Abgrenzung & Vergleich zur Standardkosmologie** grenzt systematisch gegenüber ΛCDM/wCDM ab und zeigt, wie Zeitkanäle typische Geometrie–Degeneranzen brechen, während Krümmung sauber im Distanzkanal behandelt wird.

- **Kapitel IX.9 - Zusammenfassung & Checkliste** verdichtet alles zu einer operativen Pipeline – welche Daten man braucht, was man rekonstruiert und welche Residuen entscheiden.

- **Kapitel IX.10 - Der Zustand vor der Zeit - Intuition außerhalb des zuvor gespannten formalen Rahmens** ergänzt das formale Gerüst um eine Intuition zum „Zustand vor dem ersten Tick“, ohne neue Primitiven einzuführen – als Lesart, warum die operative Reihenfolge Abfolge $\rightarrow$ Kalibration $\rightarrow$ Maß zentral ist.

- **Kapitel IX.11 - Philosophischer Exkurs: Wo das »Warum?« begann** schließt mit einem philosophischen Exkurs, der präzisiert, ab wann ein „Warum?“ überhaupt trägt – und wie man Vor-F_1 Fragen als Möglichkeitsfragen formuliert, ohne Physik zu überdehnen.

IX.2 Vorangestellte Grundlagen & Konventionen (Import aus Teil I: FBA-Grundlagen)

Warum ein Import? In Teil IX formulieren wir die kosmische Hintergrunddynamik so, dass sie aus denselben Primitiven folgt wie Zeit, Eigenzeit und Irreversibilität im FBA. Damit TDI später nicht als zusätzliche Modellannahme missverstanden wird, stehen Abfolge, Budgetbilanz, Kalibration (Front) und Eigenzeit hier bereits fest. Die folgenden Kapitel fügen daher nichts Fundamentales hinzu, sondern führen nur (i) ein FRW–Coarse–Graining der Budgetflüsse und (ii) die daraus entstehende Relativierung lokaler Eigenzeiten gegenüber der kalibrierten Frontzeit aus.

Importierte Bausteine (unverändert)

Wir übernehmen ohne Neudefinition die folgenden Bausteine aus FBA - Grundlagen (Kapitel I.2 bis I.6):

- **Abfolge globaler Zustände & Minimalereignisse:** Globale Zustände, Frame-Folge und Minimalereignis (ME) sowie Koaktualität und Refinement-Invarianz (vgl. FBA - Grundlagen, Kap. I.2 inklusive der dortigen Boxen).
- **Differenzfunktion & operative Minimaldifferenz:** Differenzfunktion und operative Minimaldifferenz als operative Vergleichsbasis (vgl. FBA - Grundlagen, Box in Kap. I.2).
- **Budget-Kalkül (intern/extern/irreversibel) & Bilanz:** Ein-Schritt-Budget und Zerlegung, Bilanzgleichungen sowie die Refinement-Invarianz der Bilanz (vgl. FBA - Grundlagen, Kap. I.3, inkl. Formelkasten und Lemma).
- **Externe Kalibration & Front:** Kalibration, Frontkosten, Frontschranke und Signalfront als operative Fixierung der Zeitskala (vgl. FBA - Grundlagen, Kap. I.3, Definition, Lemma und Korollar).
- **Eigenzeit & Altern, Minkowski-Limes:** Eigenzeit, Alterung als irreversibler Anteil, Minkowski-Limes samt Quadrik sowie Zeitdilatation (vgl. FBA - Grundlagen, Kap. I.4, Definitionen, Formelkasten und Lemma).
- **Zulässige Dynamik (CPTP/GKLS), DPI/Spohn:** Admissible Channels (CPTP), Kraus/Stinespring, Messung als CPTP, GKLS-Generatoren, Spohn-Monotonie, Semigroup-Budget sowie DPI-Pfeil und No-Recovery (vgl. FBA - Grundlagen, Kap. I.5, Definitionen, Formeln, Lemmata und Korollar).
- **Komposition, Lokalität & No-Signalling:** Symmetrisch-monoidale Struktur, Budget-Additivität, No-Wire-Inflation und lokale Operationen sowie Kausalkegel und lokale GKLS (vgl. FBA - Grundlagen, Kap. I.6, Definition, Formel, Lemma und Korollar).

Wozu dient dieser Import im Lesepfad? Die Box ist eine Zirkelschluss-Sperre: In Kapitel IX.3 bis IX.6 werden wir Aussagen über Expansion, Alter und Zeitskalen machen. Damit diese Aussagen nicht stillschweigend neue Zeitbegriffe oder zusätzliche Dynamikpostulate einschmuggeln, müssen die Trägerbegriffe (Budgetzerlegung, Frontkalibration, Eigenzeit, Irreversibilität) bereits fixiert sein. Alles, was in Teil IX neu hinzukommt, wird daher explizit als Coarse–Graining-Schritt und als Konsequenz der importierten Irreversibilität markiert.

Nachdem die Basisbegriffe damit feststehen, fixieren wir die Notation, mit der in Teil IX gerechnet und mit Daten verglichen wird.

Notation & kosmologische Konventionen

- **Zeiten.** Kalibrierte Zeit t (Front-basiert) und lokale Eigenzeit τ. Im Hintergrund verwenden wir den *TDI-Faktor*
$$\chi(t) := \frac{d\tau_{\mathrm{geo}}}{dt} \in (0,1]\,,$$
wobei τ_{geo} die geometrisch rekonstruierte Eigenzeit im FRW-Limes bezeichnet. *Symbolschutz:* χ bleibt in Teil IX ausschließlich für diesen TDI-Faktor reserviert.

- **FRW-Hintergrund.** Skalenfaktor $a(t)$, Hubble-Parameter $H(t) := \dot{a}/a$ (Punkt bedeutet d/dt), heutiger Wert $H_0 := H(t_0)$. Wir verwenden das Krümmungssignum $k \in \{-1, 0, +1\}$ *zusammen mit* einem (heutigen) Krümmungsradius $R_k \in (0, \infty]$, so dass die räumliche Krümmung durch die Kombination k/R_k^2 getragen wird (für $k = 0$ setzen wir $R_k := \infty$). Wir setzen, wo nicht anders vermerkt, $a(t_0) = 1$ für die heutige Epoche t_0. Komovierende Koordinate r, konforme Zeit $d\eta := dt/a(t)$ nur dort, wo explizit benutzt.

- **Rotverschiebung.**
$$1 + z := \frac{a(t_0)}{a(t_{\mathrm{em}})} = \frac{1}{a(t_{\mathrm{em}})}\,.$$
In Teil IX behandeln wir z als rein geometrische FRW-Rotverschiebung. TDI wirkt hier primär auf Zeitmaße (z. B. Altersintegrale, Drift-Raten); entsprechende χ-Faktoren werden dort jeweils explizit ausgewiesen.

- **Distanzen.** Wir verwenden explizit c, so dass alle Distanzen die Dimension einer Länge tragen. Als Referenzgröße dient die *radiale komovierende Distanz*
$$D_{\mathrm{C}}(z) := c \int_0^z \frac{dz'}{H(z')}\,.$$
Für $k \neq 0$ ist es zweckmäßig, zusätzlich die transversale komovierende Distanz $D_M(z)$ zu benutzen. Um Dimensionskonsistenz sicherzustellen (Argumente von sin / sinh sind dimensionslos), definieren wir
$$D_M(z) := \begin{cases} R_k \,\sin\!\big(D_{\mathrm{C}}(z)/R_k\big), & k = +1, \\ D_{\mathrm{C}}(z), & k = 0, \\ R_k \,\sinh\!\big(D_{\mathrm{C}}(z)/R_k\big), & k = -1. \end{cases}$$
Die zugehörigen Relationen zu $d_A(z)$ und $d_L(z)$ werden in Kapitel IX.5 präzisiert. Wichtig für den Lesepfad: Diese geometrischen Distanzrelationen bleiben im TDI-Rahmen formal unverändert; TDI tritt erst in Zeitablesungen über χ auf.

- **Budget-Bilanzen (kosmisch).** Dichte-ähnliche Größen entstehen aus internen/externen/irreversiblen Flüssen im FRW-Coarse–Graining; ein effektiver EoS-Parameter w_{eff} dient in Kapitel IX.6 als Vergleichssprache zur Standardnotation.

- **Einheiten.** c und k_B bleiben explizit; $\beta = (k_B T)^{-1}$. Wir unterscheiden
$$t_H := H_0^{-1} \quad \text{(Hubble-Zeit, z. B. in Gyr)}\,, \qquad D_H := \frac{c}{H_0} = c\,t_H \quad \text{(Hubble-Distanz, z. B. in Gpc)}\,.$$

IX.3 FRW–Effektivdynamik aus Budgetflüssen

Ziel dieses Kapitels ist die (unter den importierten FBA-Bausteinen und im großskaligen FRW-Limes) *deduktive* Konstruktion einer homogenen/isotropen (FRW) Effektivbeschreibung direkt aus dem Budget-Kalkül des FBA. Dazu (i) formalisieren wir das großskalige Coarse–Graining, (ii) definieren den Skalenfaktor $a(t)$ rein kinematisch aus front-kalibrierten Längenmessungen und (iii) leiten eine kosmische Budget-Bilanz im Hintergrund ab.

Wichtig ist dabei, was *nicht* getan wird: Wir setzen keine gravitative Feldgleichung voraus und postulieren keine Einstein-Gleichungen. Die Rolle dieses Kapitels im Lesepfad ist damit klar: Es etabliert die minimale FRW-Bühne, auf der der TDI-Faktor $\chi(t) = d\tau_{\text{geo}}/dt$ in Kapitel IX.4 ansetzt.

IX.3.1 Coarse-Graining & FRW-Symmetrie

Kosmologie ist hier nicht die Einführung neuer Materiefelder, sondern ein Wechsel der Beschreibungsebene: Aus lokalen Budgetgrößen (intern/extern/irreversibel) wird per Mittelung eine Hintergrunddynamik extrahiert. Damit ist Homogenität/Isotropie keine zusätzliche Physik, sondern die Aussage, dass auf hinreichend großen Skalen nur noch die *skalare* Entwicklung relevant bleibt.

Definition IX.3.1.1: FRW–Coarse-Graining (homogen/isotrop)

Sei $\mathcal{C}_L$ ein räumlicher Mittelungsoperator über komovierende Volumina V_L der Längenskala L mit (i) *Translations- und Rotationsinvarianz*, (ii) *Ergodizität* auf Skalen $L \gg \ell_{\text{corr}}$, (iii) *Kommutativität* mit zeitlicher Verfeinerung im großskaligen Limes. Für jede lokale Budgetdichte $b(x,t)$ (intern/reversibel, intern/irreversibel, extern) definieren wir Hintergrundfelder

$$\bar{b}(t) := \mathcal{C}_L[b(\cdot, t)].$$

FRW-Symmetrie bedeutet: $\bar{b}(t)$ ist ortsunabhängig, und räumliche Schnitte sind (bis auf die Krümmungsklasse $k \in \{-1, 0, +1\}$) isotrop.

Mit Definition IX.3.1.1 ist festgelegt, was wir überhaupt als "Hintergrund" meinen. Der nächste Schritt ist dann keine Dynamikannahme, sondern eine Eindeutigkeitsaussage: Wenn alle großskaligen Längenmessungen isotrop sind, dann kann ihre Zeitentwicklung nur über einen einzigen Skalar laufen.

Lemma IX.3.1.1: Eindeutigkeit des Skalenfaktors (bis auf Normierung)

Unter Definition IX.3.1.1 existiert eine skalare Funktion $a(t) > 0$ (Skalenfaktor), so dass sich alle großskaligen, front-kalibrierten Längen als

$$\ell_{\text{phys}}(t) = a(t)\,\ell_{\text{com}}$$

faktorisieren lassen, wobei ℓ_{com} komovierende Längen sind. Der Skalenfaktor $a(t)$ ist bis auf einen globalen Normierungsfaktor eindeutig.

Beweisskizze IX.3.1.1: Eindeutigkeit des Skalenfaktors (bis auf Normierung)

Front-kalibrierte Längen werden operativ über Signalfront-Laufzeiten (Radar-/Frontmessung) bestimmt: $\ell_{\text{phys}} \propto c\,\Delta t$ (bis auf eine feste Kalibrationskonstante/Radar-Faktor). Im großskaligen FRW-Limes sind alle Richtungen gleichwertig, daher darf die Abbildung von komovierenden Abständen auf physische Abstände keine richtungsabhängigen Dehnungen enthalten.

Homogenität verbietet zudem ortsabhängige Skalierungen. Damit bleibt als einzige Möglichkeit eine zeitabhängige, globale Dilatation $\ell_{\text{phys}}(t) = a(t)\ell_{\text{com}}$.

Dass zwei solche Faktoren sich nur um eine konstante Normierung unterscheiden, folgt daraus, dass eine Reskalierung $\ell_{\text{com}} \mapsto \lambda\,\ell_{\text{com}}$ durch Wahl der komovierenden Längeneinheit absorbiert werden kann.

Für spätere Ableitungen ist es nützlich, den Hintergrund nicht nur zeitlich, sondern auch in einer diskreten Frame-Folge zu parametrisieren. Das ist reine Indexkonvention und soll nur verhindern, dass an einer Stelle unbemerkt ein "vorher" eingeführt wird, das es im Modell nicht gibt.

Indexwahl & Anfangsrand

Wir wählen den globalen Frame-Index so, dass $n = 0$ den *frühesten auflösbaren Frame* (Anfangsrand) markiert.

Dies ist eine Kalibrationskonvention; sie macht keine Aussage über einen "Zustand vor der Zeit".

IX.3.2 Kinematik: front-kalibrierte FRW-Relationen

Sobald $a(t)$ als rein kinematischer Skalenträger feststeht, folgen Distanz- und Zeitrelationen aus dem Signalfront-Prinzip: Licht- oder Frontsignale sind die Referenzprozesse, mit denen wir Längen und Laufzeiten *überhaupt* operational verbinden. Im FRW-Hintergrund lässt sich diese Struktur in der üblichen FRW-Nullgeometrie ausdrücken, ohne damit bereits eine Feldgleichung zu behaupten: Nullkurven kodieren lediglich die Aussage, dass Signalfronten mit maximaler Geschwindigkeit c laufen.[7]

[7] Siehe FBA Teil I: FBA - Grundlagen, Kapitel I.3 „Externe Kalibration & Signalfront".

Formelkasten IX.3.2.1: FRW–Kinematik (front-kalibriert)

Mit $H(t) := \dot{a}/a$ und

$$1 + z := \frac{a(t_0)}{a(t_{\mathrm{em}})}$$

gilt für die komovierende Radialdistanz

$$D_{\mathrm{C}}(z) = \int_{t_{\mathrm{em}}}^{t_0} \frac{c\,dt}{a(t)} = c \int_0^z \frac{dz'}{H(z')},$$

wobei die zweite Gleichheit aus $1 + z = a(t_0)/a(t)$ und $\dot{z} = -(1+z)H$ folgt. Für $k \neq 0$ verwenden wir den in Kapitel IX.2 fixierten (heutigen) Krümmungsradius R_k (mit $R_k = \infty$ für $k = 0$) und definieren die transversale komovierende Distanz

$$D_M(z) := \begin{cases} R_k \sin\big(D_{\mathrm{C}}(z)/R_k\big), & k = +1, \\ D_{\mathrm{C}}(z), & k = 0, \\ R_k \sinh\big(D_{\mathrm{C}}(z)/R_k\big), & k = -1. \end{cases}$$

Damit lauten Winkel- und Leuchtkraftdistanz

$$d_A(z) = \frac{D_M(z)}{1+z}, \qquad d_L(z) = (1+z)^2 d_A(z) = (1+z)\, D_M(z).$$

Die Formeln in Formelkasten IX.3.2.1 sind bewusst als kinematische Basis formuliert: Sie sagen, wie Distanz- und Rotverschiebungsmessungen auf $a(t)$ und $H(t)$ reagieren. Genau deshalb ist es später möglich, TDI als *zeitliche* Modifikation einzuführen, ohne die geometrische Kinematik zu verbiegen.

IX.3.3 Kosmische Budget-Bilanz im Hintergrund

Nun wird die Verbindung zum FBA-Budget-Kalkül hergestellt. Im FRW-Limes erwarten wir eine Bilanz, die sauber trennt zwischen (i) reversibler Volumenarbeit durch Expansion, (ii) externer Zu- oder Abfuhr und (iii) irreversibler interner Budgetbindung/-nutzung. Der entscheidende Punkt ist dabei die Richtung der Irreversibilität: Sie ist kein neues Postulat, sondern folgt aus der in der FBA-Dynamik fixierten DPI/Spohn-Struktur.[8]

[8] Siehe FBA Teil I: FBA - Grundlagen, Kapitel I.5 „DPI/Spohn-Monotonie“.

Definition IX.3.3.1: Hintergrund-Budgetgrößen

Wir beschreiben die großskalige (FRW-gemittelte) Budgetdynamik über vier zeitabhängige Hintergrundgrößen:

- $\rho_B(t)$: *interne* Budgetdichte pro *physischem* Volumen,
- $p_B(t)$: zugehöriger *reversibler* Arbeitsanteil (Druck) unter Expansion,
- $\sigma_B(t) \geq 0$: Dichte der *irreversiblen internen Budgetbindung/-verbrauchsrate* (Senke im verfügbaren internen Budget),
- $J_{\text{ext}}(t)$: *externe* Injektionsrate pro physischem Volumen (Quellen/Kopplungen).

Formelkasten IX.3.3.1: FRW–Budgetbilanz (kontinuierlicher Limes)

Im FRW-Hintergrund gilt

$$\dot{\rho}_B(t) + 3H(t)\big(\rho_B(t) + p_B(t)\big) = J_{\text{ext}}(t) - \sigma_B(t), \qquad \sigma_B(t) \geq 0.$$

Interpretation: $3H(\rho_B + p_B)$ ist die reversible Verdünnung bzw. Volumenarbeit, σ_B der irreversible interne Senkenanteil, J_{ext} externe Zuführung.

Beweisskizze IX.3.3.1: FRW–Budgetbilanz (kontinuierlicher Limes)

Betrachte ein festes komovierendes Volumen V_{com} mit physischem Volumen $V_{\text{phys}}(t) = a(t)^3 V_{\text{com}}$. Das interne Budget darin ist $B_{\text{int}}(t) = \rho_B(t)\, V_{\text{phys}}(t)$.

Die Ein-Schritt-Bilanz wird im kontinuierlichen Limes zur Leistungsbilanz.[a]

$$\dot{B}_{\text{int}}(t) = -p_B(t)\,\dot{V}_{\text{phys}}(t) + \big(J_{\text{ext}}(t) - \sigma_B(t)\big)\,V_{\text{phys}}(t),$$

wobei $\sigma_B \geq 0$ die irreversible interne Richtung kodiert (DPI/Spohn). Mit $\dot{V}_{\text{phys}}/V_{\text{phys}} = 3H$ und Division durch V_{phys} folgt unmittelbar Formelkasten IX.3.3.1.

[a] Siehe FBA Teil I: FBA - Grundlagen, Kapitel I.3 „Budget-Kalkül & Bilanz“.

Zwei unmittelbare Konsequenzen sind wichtig, weil sie später als Konsistenzchecks dienen: Erstens reproduziert die Bilanz den adiabatischen Standardfall, wenn weder externe Quellen noch Irreversibilität wirken. Zweitens ist die Wirkung von σ_B eindeutig gerichtet und kann nicht durch Umparametrisierung wegdefiniert werden.

Korollar IX.3.3.1: Adiabatischer Limes & Skalenregeln

Für $J_{\text{ext}} \equiv 0$ und $\sigma_B \equiv 0$ und Zustandsgleichung $p_B = w\,\rho_B$ folgt

$$\rho_B \propto a^{-3(1+w)}.$$

Insbesondere: "Staub" $w = 0 \Rightarrow \rho_B \propto a^{-3}$, "Strahlung" $w = 1/3 \Rightarrow \rho_B \propto a^{-4}$.

Korollar IX.3.3.2: Irreversibilität beschleunigt Verdünnung

Für $J_{\text{ext}} \equiv 0$ und $\sigma_B \geq 0$ gilt

$$\dot{\rho}_B + 3H(\rho_B + p_B) \leq 0,$$

das heißt: irreversible interne Prozesse verstärken die Abnahme von ρ_B relativ zum adiabatischen Fall.

Vergleich zur Standard-FRW-Form

Die Gleichung Formelkasten IX.3.3.1 ist die kinematisch-thermodynamische *Budget*-Version der FRW-Kontinuitätsgleichung. Sie benötigt keine gravitative Feldgleichung (keine Friedmann- oder Raychaudhuri-Gleichung) und liefert daher auch keine geschlossene Dynamik für $a(t)$.

In dieser Abhandlung wird $a(t)$ entweder empirisch über $H(z)$ und Distanzdaten eingesetzt oder später aus der Budget-Geometrie geschlossen.[a]

Der nächste Schritt in Kapitel IX.4 ist dann bewusst orthogonal dazu: Wir koppeln die Eigenzeit-Taktung via χ an Beobachtungsgrößen und erhalten zusätzliche, testbare Relationen in Zeitobservablen.

[a] Siehe FBA Teil VI: Gravitation & Geometrie aus Budgetflüssen, Abschnitt VI.2–VI.4 „Budget–Geometrie“.

IX.3.4 Minimalbeispiele & Checks

Zum Abschluss dieses Kapitels fixieren wir zwei einfache Modelle, die später als Referenzfälle dienen: Einmal der adiabatische Grenzfall als "Nulltest" und einmal ein lineares Quellen/Verlust-Schema als Minimalmodell für Nettozu- oder -abfuhr.

Adiabatischer Referenzfall

$J_{\text{ext}} = 0$, $\sigma_B = 0$, w konstant $\Rightarrow$ Korollar IX.3.3.1. Alle Standard-Skalenregeln werden reproduziert; TDI-Effekte treten erst über χ in Kapitel IX.4 und IX.5 in beobachtbare Zeit- und Distanzrelationen ein.

Quellen/Verlust-Modell

Sei $J_{\text{ext}} = \Gamma\rho_B$, $\sigma_B = \lambda\rho_B$ mit $\Gamma, \lambda \geq 0$ und w konstant. Dann gilt

$$\frac{\dot{\rho}_B}{\rho_B} = -3(1+w)H + \Gamma - \lambda.$$

Quellen (Γ) können irreversiblen Verbrauch (λ) kompensieren; die Nettoverdünnung bleibt durch H skaliert.

IX.3.5 Einordnung & Ausblick

Wir haben das FRW-Coarse-Graining formalisiert, die front-kalibrierten kinematischen Distanzrelationen fixiert und die Hintergrund-Budgetbilanz abgeleitet. Damit sind genau die Größen etabliert, an die der TDI-Faktor $\chi(t)$ in Kapitel IX.4 koppelt, um beobachtbare Signaturen (Distanzen, Altersintegrale, Redshift–Drift) ohne neue Postulate zu erzeugen. Für Hinweise zur Indexwahl siehe Abschnitt IX.3.1.

IX.4 TDI-Faktor: Deduktion & Kopplung

Dieses Kapitel fixiert den TDI-Faktor $\chi(t) := \frac{d\tau_{\text{geo}}}{dt}$ als *abgeleitete* Größe aus dem Budget-Kalkül und koppelt ihn an großskalige (FRW) Hintergrundgrößen. Der operative Kern ist ein Uhrvergleich: Beobachtbare Zeitraten stammen aus Eigenzeiten lokaler Systeme, während die kosmologische Hintergrundbeschreibung in der front-kalibrierten Zeit t formuliert ist. Damit die Übersetzung zwischen beiden Ebenen nicht zu einem freien Modellparameter wird, binden wir χ direkt an die Budgetzerlegung pro front-kalibriertem Zeitschritt dt. Der einzige konventionelle Schritt ist dabei eine *Einheitenwahl* für interne Budgetraten; wir machen diese Wahl explizit über die Zeitkalibration κ_τ.

Kernidee. Pro front-kalibrierter Zeiteinheit dt steht entlang einer komovierenden Weltlinie nur ein *Teil* des internen Budgets *reversibel* für die geometrische Eigenzeit zur Verfügung. Der restliche Anteil wird irreversibel gebunden bzw. verbraucht (Alterung/Entropieproduktion). Diese Aufteilung fixiert χ ohne Zusatzterm und erzeugt testbare Skalenfaktoren in zeitbasierten Observablen, die in Kapitel IX.5 und IX.7 als Pass/Fail-Relationen auftreten.[9]

IX.4.1 Definition & Budget-Aufteilung

Wir formulieren die Taktung als Budget-Identität pro front-kalibriertem Schritt, ohne zusätzliche Dynamikannahmen. Wesentlich ist die (bereits in der Reihe verwendete) Zeitkalibration κ_τ, welche interne Budgetinkremente in Zeitinkremente übersetzt. Eine optionale Normierung setzt anschließend nur die *Einheit* für interne Raten fest, nicht die Physik.

[9] Siehe FBA Teil VIII: Klassischer Limes, Thermodynamik & Altern, Abschnitt VIII.6–VIII.8 „Entropieproduktion & Altern im FBA“.

Definition IX.4.1.1: TDI-Faktor χ (Budgetdefinition)

Entlang einer komovierenden, großskalig gemittelten Weltlinie zerfalle die interne Budgetrate pro front-kalibrierter Zeit dt in einen reversiblen und einen irreversiblen Anteil:

$$\dot{b}_{\text{int}}^{\text{tot}}(t) = \dot{b}_{\text{int}}^{\text{rev}}(t) + \dot{b}_{\text{irr,int}}(t), \qquad \dot{b}_{\text{irr,int}}(t) \geq 0.$$

Mit der Zeitkalibration κ_τ (Budget→Zeit) definieren wir geometrische Eigenzeit und Alterung durch

$$d\tau_{\text{geo}} := \frac{1}{\kappa_\tau}\, db_{\text{int}}^{\text{rev}}, \qquad dA := \frac{1}{\kappa_\tau}\, db_{\text{irr,int}}, \qquad d\tau_{\text{tot}} = d\tau_{\text{geo}} + dA.$$

Damit sind

$$\chi(t) := \frac{d\tau_{\text{geo}}}{dt} = \frac{1}{\kappa_\tau}\,\dot{b}_{\text{int}}^{\text{rev}}(t) \in (0,\infty), \qquad \vartheta(t) := \frac{dA}{dt} = \frac{1}{\kappa_\tau}\,\dot{b}_{\text{irr,int}}(t) \geq 0,$$

und es gilt die *Budget-Identität*

$$\chi(t) + \vartheta(t) = \frac{1}{\kappa_\tau}\,\dot{b}_{\text{int}}^{\text{tot}}(t).$$

Optionale Normierung (Einheitenwahl): Misst man interne Raten in Einheiten von κ_τ, d. h. man setzt $\dot{b}_{\text{int}}^{\text{tot}}(t) \equiv \kappa_\tau$, so reduziert sich die Identität zu

$$\chi(t) + \vartheta(t) = 1, \qquad \text{und damit} \qquad \chi(t) \in (0,1].$$

Kalibrationsstatus von κ_τ und der optionalen Normierung

Die Identität in Definition IX.4.1.1 ist eine Buchhaltungs- und Kalibrationsaussage: κ_τ übersetzt interne Budgetinkremente in Zeitinkremente entlang einer Weltlinie. Die optionale Setzung $\dot{b}_{\text{int}}^{\text{tot}} \equiv \kappa_\tau$ ist dabei *nur* eine Wahl der Einheit für interne Raten (Normierung), nicht eine zusätzliche Dynamikannahme. Testbar sind in Teil IX ausschließlich die daraus folgenden überbestimmten Konsistenzrelationen zwischen Distanz-, Chronometer-, Drift- und Lichtkurvenkanal, nicht die Normierung selbst.

Die Definition in Definition IX.4.1.1 macht aus χ keine neue Substanz, sondern eine Buchhaltungsgröße: χ ist der (kalibrierte) Anteil der internen Rate, der pro dt als geometrische Eigenzeit gezählt werden darf.

Formelkasten IX.4.1.1: Altern-Kopplung & EP-Kalibration

Schreibe die lokale Gesamt-Eigenzeit als Summe aus geometrischem Anteil und irreversibler Alterung,

$$d\tau_{\text{tot}} = d\tau_{\text{geo}} + dA.$$

Dann gilt per Definition

$$\frac{dA}{dt} = \vartheta(t), \qquad A(t) = \int^{t} \vartheta(s)\, ds.$$

Unter isothermer Kalibration mit $\beta = (k_B T)^{-1}$ und interner Entropieproduktion Σ_{int} (unselektiert) verwenden wir die Reihen-Kalibration

$$\frac{dA}{dt} = \frac{\beta^{-1}(t)}{\kappa_\tau}\, \dot{\Sigma}_{\text{int}}(t),$$

so dass ϑ direkt über $\dot{\Sigma}_{\text{int}}$ operational zugänglich ist. Im FRW-Coarse-Graining koppelt ϑ an die großskalige irreversible Senkendichte σ_B aus Formelkasten IX.3.3.1.

Querverweise

- **Zeitkalibration κ_τ / Eigenzeit-Split:** Importiert aus den Reihen-Grundlagen (Budget→Zeit; $\tau_{\text{tot}} = \tau_{\text{geo}} + A$).[a] [b]
- **Thermische Kalibration β:** Skalen-/Einheitenkalibration (inkl. thermischer Skalen) in der Reihen-Referenz.[c]
- **Entropieproduktion und Alterung A:** DPI/Spohn, Entropieproduktion und Altern im FBA.[d]
- **Großskalige Irreversibilität σ_B:** Formelkasten IX.3.3.1.

[a] Siehe FBA Teil I: FBA - Grundlagen, Kapitel I.4 „Eigenzeit & Minkowski-Limes“.
[b] Siehe FBA Teil VIII: Klassischer Limes, Thermodynamik & Altern, Abschnitt VIII.6–VIII.8 „Entropieproduktion & Altern“.
[c] Siehe FBA Teil VII: Konstanten, Skalen & Renormierung, Abschnitt VII.1–VII.2 „Kalibration & thermische Skalen“.
[d] Siehe FBA Teil VIII: Klassischer Limes, Thermodynamik & Altern, Abschnitt VIII.6–VIII.8 „DPI/Spohn, Entropieproduktion & Altern“.

IX.4.2 Kopplung an FRW-Größen: Was ändert sich wo?

Die kinematischen Distanzformeln aus Formelkasten IX.3.2.1 bleiben formal unverändert, weil sie in der front-kalibrierten Zeit t formuliert sind. Die Eintrittsstelle von TDI liegt dort, wo Datenanalyse Eigenzeit als Proxy für t verwendet: Zeitbasierte Observablen messen τ_{geo} und tragen daher explizite χ-Faktoren.

Wir arbeiten die Kopplung in drei Schritten heraus. Wir beginnen mit Chronometern, weil sie $H(z)$ direkt aus einer gemessenen Zeitableitung rekonstruieren. Gerade dort ist die Unterscheidung zwischen t und τ_{geo} nicht kosmetisch, sondern strukturbestimmend.

Lemma IX.4.2.1: Chronometer-Skalierung

Der Standard-Identität $H(z) = -\frac{1}{1+z}\frac{dz}{dt}$ entspricht bei Chronometer-Auswertung mit τ_{geo}:

$$H(z) = \chi(z)\, H_{\mathrm{CC}}(z), \qquad H_{\mathrm{CC}}(z) := -\frac{1}{1+z}\frac{dz}{d\tau_{\mathrm{geo}}}.$$

Die Aussage ist im Kern eine Kettenregel: Chronometer liefern eine Ableitung nach Eigenzeit, während H per Definition eine Ableitung nach t ist.

Beweisskizze IX.4.2.1: Chronometer-Skalierung

Aus Definition IX.4.1.1 folgt $d\tau_{\mathrm{geo}} = \chi\, dt$, also $dt = d\tau_{\mathrm{geo}}/\chi$. Damit

$$H = -\frac{1}{1+z}\frac{dz}{dt} = -\frac{1}{1+z}\frac{dz}{d\tau_{\mathrm{geo}}/\chi} = \chi\, H_{\mathrm{CC}}.$$

Als zweites betrachten wir den Redshift-Drift. Er ist besonders geeignet, weil er eine zeitliche Änderung einer direkt beobachtbaren Größe misst und damit die Frage, in welcher Zeit diese Änderung parametrisiert wird, unvermeidlich macht.

Formelkasten IX.4.2.1: Redshift-Drift mit χ (Sandage-Loeb)

Der theoretische Drift pro Beobachterzeit t_0 ist $\dot{z} = \frac{dz}{dt_0} = (1+z)H_0 - H(z)$. Experimentell wird der Drift jedoch pro Beobachter-Eigenzeit erfasst:

$$\frac{dz}{d\tau_{\mathrm{geo},0}} = \chi_0^{-1}\left[(1+z)H_0 - H(z)\right], \qquad \chi_0 := \chi(t_0).$$

Schließlich nutzen wir eine dritte, unabhängige Klasse von Zeitmessungen: Lichtkurvenbreiten (z. B. SN Ia) sind keine Ableitungen wie bei Chronometern, sondern vergleichen direkt Dauern zwischen Emission und Beobachtung. Genau deshalb taucht χ hier als Verhältnis $\chi_{\mathrm{obs}}/\chi_{\mathrm{em}}$ auf.

Formelkasten IX.4.2.2: Lichtkurven-Dilatation (z. B. SN Ia)

Sei $\Delta\tau_{\mathrm{geo,em}}$ die Eigen-Dauer am Emitter und $\Delta\tau_{\mathrm{geo,obs}}$ die gemessene Beobachter-Eigenzeit. Aus der Standardrelation $\Delta t_{\mathrm{obs}} = (1+z)\Delta t_{\mathrm{em}}$ für die front-kalibrierte Zeit und $d\tau_{\mathrm{geo}} = \chi\, dt$ folgt

$$\Delta\tau_{\mathrm{geo,obs}} = (1+z)\,\frac{\chi_{\mathrm{obs}}}{\chi_{\mathrm{em}}}\,\Delta\tau_{\mathrm{geo,em}}.$$

Ohne TDI ($\chi \equiv 1$) reduziert sich dies auf $\Delta\tau_{\mathrm{obs}} = (1+z)\Delta\tau_{\mathrm{em}}$.

IX.4.3 Effektive Beschleunigung ohne Postulat

Warum kann $\chi < 1$ wie eine zusätzliche Beschleunigung erscheinen, obwohl Formelkasten IX.3.2.1 kinematisch unverändert bleibt? Weil ein Teil der Standard-Inferenz genau die

Identifikation „gemessene Uhrzeit $\approx t$“ voraussetzt. Wenn diese Identifikation systematisch verletzt ist, müssen gemeinsame Fits von Distanz- und Zeitobservablen konsistent nachjustiert werden.

Heuristik: Wie χ „Beschleunigung“ erzeugt

Chronometer, Redshift-Drift und Lichtkurvenbreiten interpretieren Eigenzeit als kosmische Zeit. Ist $\chi(z) < 1$, dann gilt:

- Chronometer liefern $H_{\mathrm{CC}}(z)$, während die Geometrie $H(z)$ benötigt. Nach Lemma IX.4.2.1 gilt dabei unmittelbar $H(z) = \chi(z)\, H_{\mathrm{CC}}(z)$.
- Distanzintegrale bleiben an $H(z)$ gebunden (vgl. Formelkasten IX.3.2.1), während Drift- und Streckraten explizite χ-Faktoren tragen (vgl. Formelkästen IX.4.2.1 und IX.4.2.2).

Die gemeinsame Auswertung führt damit zu überbestimmten Konsistenzrelationen, die bei $\chi \equiv 1$ Standard-FRW reproduzieren und sonst eine TDI-Signatur zeigen.

IX.4.4 Minimaldynamik für χ aus der Bilanz

Eine „Gleichung für χ“ ist keine zusätzliche Hypothese, sondern eine Übersetzung: $\vartheta = \frac{dA}{dt}$ ist der irreversible Anteil pro dt entlang einer Weltlinie, während σ_B in Formelkasten IX.3.3.1 als irreversible Senkendichte pro physischem Volumen erscheint. Im homogenen Hintergrund genügt daher eine einmal fixierte Referenzzelle, um beide Größen konsistent zu identifizieren. Wichtig ist dabei, dass die Umrechnung durch Referenzzelle und Kalibration (κ_τ) festgelegt ist und keinen neuen Freiheitsgrad einführt.

Formelkasten IX.4.4.1: Hintergrund-Kopplung $\chi \leftrightarrow \sigma_B$

Betrachte eine Referenzzelle mit festem komovierendem Volumen V_{com} und physischem Volumen $V_{\mathrm{phys}}(t) = a(t)^3 V_{\mathrm{com}}$. Dann ist der irreversible Anteil der internen Rate in dieser Zelle

$$\dot{b}_{\mathrm{irr,int}}(t) = \sigma_B(t)\, V_{\mathrm{phys}}(t) = a(t)^3\, V_{\mathrm{com}}\, \sigma_B(t).$$

Mit $\vartheta = \frac{1}{\kappa_\tau}\dot{b}_{\mathrm{irr,int}}$ aus Definition IX.4.1.1 folgt die dimensionskonsistente Kopplung

$$\vartheta(t) = \alpha\, \sigma_B^{\mathrm{com}}(t), \qquad \sigma_B^{\mathrm{com}}(t) := a(t)^3\, \sigma_B(t), \qquad \alpha := \frac{V_{\mathrm{com}}}{\kappa_\tau} > 0.$$

Unter der optionalen Normierung $\dot{b}_{\mathrm{int}}^{\mathrm{tot}} \equiv \kappa_\tau$ (so dass $\chi + \vartheta = 1$) gilt äquivalent

$$\chi(t) = 1 - \alpha\, \sigma_B^{\mathrm{com}}(t).$$

Hier ist α *keine* freie Physik, sondern durch (i) die Wahl der Referenzzelle und (ii) die Kalibration κ_τ fixiert.

Die obige Form zeigt explizit, wo die Einheitenwahl sitzt: Ändert man V_{com} oder κ_τ, reskaliert α entsprechend, ohne den Inhalt der Theorie zu verändern.

Korollar IX.4.4.1: Grenzen & Monotonieaussagen

Aus $\sigma_B \geq 0$ folgt $\vartheta \geq 0$ und damit

$$\chi(t) \leq \chi(t) + \vartheta(t) = \frac{1}{\kappa_\tau}\, \dot{b}_{\mathrm{int}}^{\mathrm{tot}}(t).$$

Unter der optionalen Normierung $\dot{b}_{\mathrm{int}}^{\mathrm{tot}} \equiv \kappa_\tau$ gilt insbesondere $0 < \chi \leq 1$.

Nimmt die großskalige Irreversibilität ab (z. B. $\sigma_B^{\mathrm{com}} \searrow 0$ bei spätem t), so treibt dies $\chi \nearrow 1$.

Starke Irreversibilität drückt $\chi \searrow$ und verstärkt die TDI-Signatur in Zeitobservablen.

IX.4.5 Einordnung & Ausblick

Wir haben χ als abgeleitete Größe fixiert: Budget-Identität Definition IX.4.1.1, Alterungs- und EP-Kopplung Formelkasten IX.4.1.1 sowie die Einbettung in die großskalige Bilanz Formelkästen IX.3.3.1 und IX.4.4.1. In Kapitel IX.5 wenden wir diese Kopplung systematisch auf Distanz- und Zeitmaße an und leiten konkrete Konsistenzrelationen und Beobachterformeln her. Kapitel IX.6 integriert χ in eine effektive Zustandssprache, und Kapitel IX.7 sammelt daraus Pass/Fail-Tests.

IX.5 Beobachtbare Größen: Distanzen, Zeiten, Drifts

Dieses Kapitel bündelt die beobachtbaren Konsequenzen der Kopplung $\chi(t) = \frac{d\tau_{\rm geo}}{dt}$ aus Kapitel IX.4 mit der FRW-Kinematik aus Kapitel IX.3. Der Leitgedanke ist eine saubere Arbeitsteilung: Distanzrelationen sind geometrisch und bleiben in der front-kalibrierten Zeit t formal wie in Formelkasten IX.3.2.1.[1] Zeitobservablen hingegen parametrisieren Änderungen und Dauern in Eigenzeit und tragen daher χ-Faktoren, vgl. Lemma IX.4.2.1 und Formelkästen IX.4.2.1 und IX.4.2.2.[2–7] Aus dieser Trennung entstehen konsistente Rekonstruktionsgleichungen und überbestimmte Tests.

IX.5.1 Distanzbasierte Rekonstruktion von $H(z)$

Distanzdaten erlauben eine Rekonstruktion eines *geometrischen* Expansionsverlaufs $H(z)$, ohne dass χ beteiligt ist.[1] Genau deshalb dienen Distanzrelationen als Referenzkanal, an dem sich zeitbasierte Kanäle messen lassen.

Formelkasten IX.5.1.1: $H(z)$ aus Distanzdaten (flach $k = 0$)

Im flachen Fall ist $D_M(z) = D_{\rm C}(z)$ und damit $d_L(z) = (1+z)\,D_{\rm C}(z)$. Somit gilt

$$H_{\rm dist}(z) = \frac{c}{\dfrac{d}{dz}\left(\dfrac{d_L(z)}{1+z}\right)}\,.$$

Für gekrümmte Räume ist es praktisch, zuerst die transversale komovierende Distanz zu definieren, weil sie direkt aus d_L extrahiert wird.

Formelkasten IX.5.1.2: $H(z)$ aus Distanzdaten (allg. k)

Definiere wie in Formelkasten IX.3.2.1

$$D_M(z) := \frac{d_L(z)}{1+z}\,.$$

Mit dem (heutigen) Krümmungsradius R_k aus Kapitel IX.2 gilt im FRW-Hintergrund

$$D_M(z) = \begin{cases} R_k \,\sin\bigl(D_{\mathrm{C}}(z)/R_k\bigr), & k=+1,\\ D_{\mathrm{C}}(z), & k=0,\\ R_k \,\sinh\bigl(D_{\mathrm{C}}(z)/R_k\bigr), & k=-1. \end{cases}$$

Setze $u(z) := D_{\mathrm{C}}(z)/R_k$ (dimensionslos) sowie

$$S_k(u) := \begin{cases} \sin(u), & k=+1,\\ u, & k=0,\\ \sinh(u), & k=-1. \end{cases}$$

Dann ist $D_M(z) = R_k\, S_k(u(z))$ und damit

$$\frac{dD_M}{dz} = S_k'(u)\,\frac{dD_{\mathrm{C}}}{dz}, \qquad S_k'(u) = \begin{cases} \cos(u), & k=+1,\\ 1, & k=0,\\ \cosh(u), & k=-1, \end{cases}$$

und äquivalent (mit der nichtnegativen Wurzel als physikalischer Branch)

$$S_k'(u) = \sqrt{1 - k\,S_k(u)^2} = \sqrt{1 - k\left(\frac{D_M(z)}{R_k}\right)^2}.$$

Damit folgt aus $H_{\mathrm{dist}}(z) = c\bigl(dD_{\mathrm{C}}/dz\bigr)^{-1}$ die Rekonstruktionsformel

$$H_{\mathrm{dist}}(z) = c\,\frac{S_k'(u(z))}{\dfrac{dD_M}{dz}} = c\,\frac{\sqrt{1 - k\left(\dfrac{D_M(z)}{R_k}\right)^2}}{\dfrac{d}{dz}\left(\dfrac{d_L(z)}{1+z}\right)}\,.$$

Für $k = 0$ (also $R_k = \infty$) reduziert sich dies auf Formelkasten IX.5.1.1.

Praktikabilität

- In Datenanalysen empfiehlt es sich, $H_{\text{dist}}(z)$ über glatte Fits oder Gaussian-Process-Rekonstruktionen von $d_L(z)$ zu bestimmen, bevor differenziert wird.
- Etheringtons Dualität $d_L = (1+z)^2 d_A$ bleibt im TDI-Rahmen bestehen, solange Photonenzahl und Strahlenbündelgeometrie wie in Formelkasten IX.3.2.1 behandelt werden.[8]
- Ohne absolute Distanzkalibration (z. B. absolute SN-Skala) liefert $d_L(z)$ in der Praxis primär den *Formverlauf* $H(z)/H_0$; absolute Normalisierungen müssen dann konsistent aus H_0-Information oder einer externen Distanzleiter ergänzt werden.[1]
- Für $k \neq 0$ ist R_k ein zusätzlicher Geometrieparameter (äquivalent zur Krümmung); in praktischen Fits kann er als nuisance-Parameter gemeinsam mit H_{dist} geschätzt oder durch externe Krümmungsconstraints fixiert werden.

IX.5.2 Zeitbasierte Observablen mit χ

Zeitobservablen sind der natürliche Ort von TDI: Sie messen nicht t, sondern τ_{geo}. Damit liefert derselbe physikalische Hintergrund zwei Auswertungssprachen, die nur dann zusammenpassen, wenn χ korrekt berücksichtigt wird.

Wir notieren die experimentell zugänglichen Formen so, dass später direkt Schätzer und Konsistenztests abgelesen werden können.

Formelkasten IX.5.2.1: Chronometer-Identität (mit χ)

$$H(z) = \chi(z)\, H_{\text{CC}}(z), \qquad H_{\text{CC}}(z) := -\frac{1}{1+z}\,\frac{dz}{d\tau_{\text{geo}}}\,.$$

Formelkasten IX.5.2.2: Redshift-Drift pro Beobachter-Eigenzeit

$$\left.\frac{dz}{d\tau_{\text{geo}}}\right|_0 = \chi_0^{-1}\,\big[(1+z)H_0 - H(z)\big], \qquad \chi_0 := \chi(t_0).$$

Formelkasten IX.5.2.3: Lichtkurven-Dilatation (Emitter/Beobachter)

$$\Delta\tau_{\text{geo,obs}} = (1+z)\,\frac{\chi_{\text{obs}}}{\chi_{\text{em}}}\,\Delta\tau_{\text{geo,em}}\,.$$

IX.5.3 Konsistenzrelationen & χ-Schätzer

Der zentrale Vorteil der Trennung aus Abschnitte IX.5.1 und IX.5.2 ist Überbestimmung: Aus Distanzdaten folgt $H_{\text{dist}}(z)$ ohne χ, während Chronometer, Drift und Lichtkurven χ an verschiedenen Stellen tragen. Damit kann χ direkt geschätzt werden, und dieselbe Größe wird über mehrere Kanäle geprüft.

Korollar IX.5.3.1: χ aus Distanz $\oplus$ Chronometer

Mit Formelkästen IX.5.1.1, IX.5.1.2 und IX.5.2.1 folgt

$$\widehat{\chi}_{\mathrm{CC}}(z) = \frac{H_{\mathrm{dist}}(z)}{H_{\mathrm{CC}}(z)}\,.$$

Bei $\chi \equiv 1$ ist $\widehat{\chi}_{\mathrm{CC}} \equiv 1$; systematische Abweichungen signalisieren TDI oder verletzte Annahmen im Kanal.[2, 3]

Der Drift-Kanal isoliert zusätzlich die heutige Taktung χ_0. Das ist nützlich, weil χ_0 als gemeinsame Normierung für mehrere Beobachterformeln eingeht.

Korollar IX.5.3.2: χ_0 aus Redshift-Drift $\oplus$ Distanz

Setze in Formelkasten IX.5.2.2 den geometrischen Verlauf $H(z) = H_{\mathrm{dist}}(z)$. Dann ergibt sich für jedes z

$$\widehat{\chi}_0(z) = \frac{(1+z)\,H_0 - H_{\mathrm{dist}}(z)}{\left.\dfrac{dz}{d\tau_{\mathrm{geo}}}\right|_{0,\mathrm{obs}}}\,.$$

Konsistenz verlangt z-Unabhängigkeit: $\widehat{\chi}_0(z) \approx \mathrm{const.}$[4, 5]

Lichtkurven liefern kein $H(z)$, aber ein Verhältnis von Taktungen. Gerade deshalb sind sie ein unabhängiger Kreuzcheck zu Chronometern und Drift.

Korollar IX.5.3.3: χ-Verhältnis aus Lichtkurven-Dilatation

Für Quellenfamilien mit bekannter oder intern standardisierter $\Delta\tau_{\mathrm{geo,em}}$ liefert Formelkasten IX.5.2.3

$$R_{\mathrm{SN}}(z) := \frac{\Delta\tau_{\mathrm{geo,obs}}}{(1+z)\,\Delta\tau_{\mathrm{geo,em}}} = \frac{\chi_{\mathrm{obs}}}{\chi_{\mathrm{em}}}\,.$$

Mit $\chi_{\mathrm{obs}} = \chi_0$ und $\chi_{\mathrm{em}} = \chi(z)$ folgt

$$R_{\mathrm{SN}}(z) = \frac{\chi_0}{\chi(z)} \qquad \Rightarrow \qquad \widehat{\chi}_{\mathrm{SN}}(z) = \frac{\chi_0}{R_{\mathrm{SN}}(z)}\,.$$

[6, 7]

Gemeinsame Auswertung & Überbestimmung

Die drei Zugänge $\widehat{\chi}_{\mathrm{CC}}(z)$, $\widehat{\chi}_0(z)$ und $\widehat{\chi}_{\mathrm{SN}}(z) = \chi_0/R_{\mathrm{SN}}(z)$ teilen sich $H_{\mathrm{dist}}(z)$ aus Distanzen (Formelkästen IX.5.1.1 und IX.5.1.2) und sind damit überbestimmt.

- **Pass:** alle Kanäle sind innerhalb empirischer Toleranzen δ_* konsistent und liefern kompatible $\chi(z)$ und χ_0.
- **Fail:** mindestens ein Kanal zeigt robuste, systematische Inkonsistenzen nach Kontrolle der jeweiligen Systematiken $\Rightarrow$ TDI widerlegt *oder* eine der Eingangsvoraussetzungen (Kalibration, Photonenzahl, Krümmungsannahme, Astrophysikmodell) verletzt.

IX.5.4 Altersintegrale & Zeitskalen

Alters- und Dauerobservablen sind besonders sensitiv, weil sie Integrale über Zeitraten darstellen. Im TDI-Rahmen ist es daher wichtig, konsequent zwischen dem front-kalibrierten kosmischen Alter t und dem geometrischen Eigenzeitanteil τ_{geo} zu unterscheiden.[1]

Formelkasten IX.5.4.1: Geometrisches Alter & kosmisches Alter

Bezeichne z_* den frühesten auflösbaren Anfangsrand der Abfolge im verwendeten Coarse-Graining (vgl. Abschnitt IX.3.1). Dann definieren wir

$$t(z) = \int_z^{z_*} \frac{dz'}{(1+z')\,H(z')}, \qquad \tau_{\mathrm{geo}}(z) = \int_z^{z_*} \chi(z')\,\frac{dz'}{(1+z')\,H(z')}.$$

Hinweis: In Standardnotation wird häufig $z_* = \infty$ als Kurzschreibweise verwendet. Chronometer messen Differenzen in τ_{geo}; der Vergleich zu $t(z)$ erzeugt χ-Signaturen.

IX.5.5 Minimalparametrisierung & Beispiel

Für erste Datenvergleiche ist es oft hilfreich, $\chi(z)$ mit einem glatten Ansatz zu testen, der (unter der in Teil IX verwendeten optionalen Normierung) die Grenzen $0 < \chi \leq 1$ respektiert und bei $z = 0$ in den Standardfall übergeht.

Einfaches χ-Modell

Setze $\chi(z) = 1 - \varepsilon_\chi\, u(z)$ mit $0 \leq \varepsilon_\chi \ll 1$ und glattem $u(0) = 0$, $u'(0) > 0$ (z. B. $u(z) = \frac{z}{1+z}$). Dann

$$\widehat{\chi}_{\mathrm{CC}}(z) \approx 1 - \varepsilon_\chi\, u(z), \qquad \widehat{\chi}_0(z) \approx \chi_0 = 1, \qquad R_{\mathrm{SN}}(z) = \frac{\chi_0}{\chi(z)} \approx 1 + \varepsilon_\chi\, u(z).$$

Konsistente lineare Trends über alle Kanäle sind ein Pass; gegensätzliche oder kanalabhängige Trends ein Fail.

IX.5.6 Systematiken & Robustheit

Die Überbestimmung ist nur dann aussagekräftig, wenn Systematiken nicht unbemerkt als χ-Signal wirken. Wir markieren die wichtigsten Kontrollpunkte, die in einer praktischen Analyse explizit variiert oder modelliert werden sollten.

Kontrollpunkte

- **Chronometer:** Metallizität und Sternentstehungshistorie, Alterungsmodelle und Populationssynthese.[2, 3]
- **SN-Dilatation:** Standardisierung, Stretch- und Farbkorrekturen, K-Korrekturen, Selektionseffekte.[6, 7]
- **Redshift-Drift:** instrumentelle Stabilität und Kalibration, peculiars und lokale Beschleunigungen.[4, 5]
- **Distanzableitung:** Glättung und Regularisierung vor Differentiation, Modellwahl bei $k \neq 0$.

IX.5.7 Einordnung & Ausblick

Wir haben drei komplementäre χ-Zugänge (Distanz $\oplus$ Chronometer, Drift $\oplus$ Distanz, Lichtkurven-Dilatation) sowie Altersintegrale formuliert. In Kapitel IX.6 integrieren wir χ in die Hintergrundbilanz Formelkasten IX.3.3.1 und in eine effektive Zustandssprache w_{eff}. Kapitel IX.7 bündelt daraus Pass/Fail-Tests und konsistente Auswertepfade für Datenanalysen.

IX.6 Budgetbilanzen & effektiver Zustand (EoS)

In diesem Kapitel fassen wir die großskaligen Budgetflüsse aus Formelkasten IX.3.3.1 mit der TDI-Kopplung aus Definition IX.4.1.1 und Formelkästen IX.4.1.1 und IX.4.4.1 zu einer kompakten Effektivbeschreibung zusammen. Ziel ist zweierlei: (i) eine *effektive* Zustandsgleichung w_{eff} als reine Reparametrisierung der Budgetbilanz (ohne Gravitationsfeldgleichungen) und (ii) kinematische Kenngrößen, die präzise ausdrücken, wie χ zeitbasierte Inferenzgrößen gegenüber der Geometrie verschiebt.

Für den Rest von Teil IX arbeiten wir unter der in Definition IX.4.1.1 als Einheitenwahl ausgewiesenen Normierung, so dass $0 < \chi \leq 1$ und $1-\chi = \vartheta \geq 0$ gilt. Ohne diese Normierung sind die folgenden Relationen unverändert gültig, wenn man überall $1-\chi$ durch ϑ ersetzt.

IX.6.1 Effektive Zustandsgleichung aus der Budgetbilanz

Der Zweck von w_{eff} ist nicht, eine neue Dynamik zu postulieren, sondern die Bilanz Formelkasten IX.3.3.1 in eine Form zu bringen, die direkt mit den üblichen Skalenregeln vergleichbar ist. So wird transparent, welche Teile der Verdünnung aus reversibler Expansion stammen und welche aus irreversiblen oder externen Beiträgen.

Definition IX.6.1.1: Effektiver Zustand w_{eff} (Budget-Reparametrisierung)

Seien $H \neq 0$ und $\rho_B > 0$. Gegeben die Hintergrundgrößen aus Definition IX.3.3.1 definieren wir w_{eff} durch die Identität

$$\dot{\rho}_B + 3H(1 + w_{\mathrm{eff}})\rho_B \equiv 0.$$

Damit ist Formelkasten IX.3.3.1 äquivalent zu

$$w_{\mathrm{eff}} = \frac{p_B}{\rho_B} + \frac{\sigma_B - J_{\mathrm{ext}}}{3H\,\rho_B}\,.$$

Diese Definition ist so gewählt, dass der adiabatische Grenzfall sofort wieder erscheint, wenn $\sigma_B = J_{\mathrm{ext}} = 0$. Alles, was über die Standardverdünnung hinausgeht, steckt dann in einem einzigen Korrekturterm.

Formelkasten IX.6.1.1: Zerlegung: $w_{\mathrm{eff}} = w_{\mathrm{rev}} + \Delta w_{\mathrm{irr/ext}}$

Mit

$$w_{\mathrm{rev}} := \frac{p_B}{\rho_B}, \qquad \Delta w_{\mathrm{irr/ext}} := \frac{\sigma_B - J_{\mathrm{ext}}}{3H\,\rho_B}$$

gilt

$$w_{\mathrm{eff}} = w_{\mathrm{rev}} + \Delta w_{\mathrm{irr/ext}}\,.$$

Im Expansionsregime $H > 0$ (und $\rho_B > 0$) gilt dabei: Irreversibilität ($\sigma_B \geq 0$) erhöht w_{eff}, externe Injektion ($J_{\mathrm{ext}} > 0$) senkt ihn – beides rein budgetär, ohne gravitative Interpretation.

Einordnung am adiabatischen Referenzfall

Für $\sigma_B = J_{\text{ext}} = 0$ reduziert sich Definition IX.6.1.1 auf die üblichen Skalenregeln, vgl. Korollar IX.3.3.1.

IX.6.2 Kinematik: Beschleunigungsparameter und χ

Zeitbasierte Datenprodukte rekonstruieren oft Beschleunigungsindikatoren aus abgeleiteten Größen wie $H(z)$. Damit man diese Indikatoren überhaupt sinnvoll mit der geometrischen Hintergrundbeschreibung vergleichen kann, trennen wir konsequent zwischen Ableitungen nach t und nach τ_{geo}. Das führt zu zwei Beschleunigungsparametern, die beide rein definitorisch sind.

Damit zeitbasierte Datenprodukte (Chronometer) und geometrische Rekonstruktionen nicht unbemerkt dieselben Symbole für verschiedene Ableitungsbegriffe verwenden, fixieren wir die beiden gebräuchlichen Beschleunigungsparameter als *rein definitorische* Größen.

Definition IX.6.2.1: Beschleunigungsparameter q_{geo} und q_{CC}

Wir definieren

- den *geometrischen* Beschleunigungsparameter (Ableitung nach front-kalibrierter Zeit t)

$$q_{\text{geo}} := -1 - \frac{\dot{H}}{H^2}, \qquad \dot{(\cdot)} := \frac{d}{dt},$$

- den *Chronometer*-Beschleunigungsparameter (Ableitung nach geometrischer Eigenzeit τ_{geo})

$$q_{\text{CC}} := -1 - \frac{1}{H_{\text{CC}}^2}\frac{dH_{\text{CC}}}{d\tau_{\text{geo}}}, \qquad H_{\text{CC}} := \frac{H}{\chi}$$

  mit $\chi = \frac{d\tau_{\text{geo}}}{dt}$ aus Definition IX.4.1.1 und der Chronometer-Relation aus Lemma IX.4.2.1.

Beide Parameter sind reine Kinematikdefinitionen und setzen keine Feldgleichungen voraus.

Die Beziehung zwischen beiden ist dann nicht Interpretation, sondern folgt aus der Kettenregel und wird in Formelkasten IX.6.2.1 als explizite χ-Verschiebung formuliert.

Formelkasten IX.6.2.1: Differenz der Beschleunigungsparameter

Zwischen q_{CC} und q_{geo} gilt (für $H \neq 0$ und glatten Hintergrund)

$$q_{\text{CC}} = q_{\text{geo}} + \frac{\dot{\chi}}{H\,\chi} = q_{\text{geo}} + \frac{d\ln\chi}{d\ln a}\,,$$

wobei die zweite Gleichheit nur die Identität $d\ln a = H\,dt$ benutzt.

Beweisskizze IX.6.2.1: Differenz der Beschleunigungsparameter

Aus Lemma IX.4.2.1 folgt $H_{\rm CC} = H/\chi$ und aus Definition IX.4.1.1 folgt $d/d\tau_{\rm geo} = \chi^{-1}d/dt$. Damit

$$\frac{dH_{\rm CC}}{d\tau_{\rm geo}} = \frac{1}{\chi}\frac{d}{dt}\left(\frac{H}{\chi}\right) = \frac{1}{\chi}\left(\frac{\dot H}{\chi} - \frac{H\dot\chi}{\chi^2}\right) = \frac{\dot H}{\chi^2} - \frac{H\dot\chi}{\chi^3}.$$

Außerdem ist $H_{\rm CC}^2 = H^2/\chi^2$, also

$$\frac{1}{H_{\rm CC}^2}\frac{dH_{\rm CC}}{d\tau_{\rm geo}} = \frac{\chi^2}{H^2}\left(\frac{\dot H}{\chi^2} - \frac{H\dot\chi}{\chi^3}\right) = \frac{\dot H}{H^2} - \frac{\dot\chi}{H\chi}.$$

Einsetzen in $q_{\rm CC} = -1 - (dH_{\rm CC}/d\tau_{\rm geo})/H_{\rm CC}^2$ liefert die Behauptung.

Interpretation

χ verschiebt zeitbasierte Beschleunigungsschätzer relativ zur Geometrie: Wächst χ mit a, so ist $d\ln\chi/d\ln a > 0$ und damit $q_{\rm CC} > q_{\rm geo}$. Fällt χ, dann ist $q_{\rm CC} < q_{\rm geo}$.

Diese Verschiebung ist reine Kinematik und steht im direkten Einklang mit Formelkästen IX.4.2.1 und IX.5.2.1.

IX.6.3 Geschlossene Kopplung: ρ_B-Bilanz mit χ

Die Bilanz Formelkasten IX.3.3.1 ist in $\rho_B, p_B, \sigma_B, J_{\rm ext}$ formuliert. Über Formelkasten IX.4.4.1 lässt sich der irreversible Anteil alternativ in χ ausdrücken. Damit wird sichtbar, wie sich Änderungen der Taktung in einer reinen Bilanzsprache niederschlagen.

Formelkasten IX.6.3.1: Budgetbilanz mit χ

Unter der in diesem Teil verwendeten Normierung (so dass $1-\chi = \vartheta$) gilt aus Formelkasten IX.4.4.1 $1-\chi = \alpha\,\sigma_B^{\rm com}$ mit $\sigma_B^{\rm com} := a^3\sigma_B$, also

$$\sigma_B(t) = \frac{1-\chi(t)}{\alpha\,a(t)^3}.$$

Damit wird Formelkasten IX.3.3.1 zu

$$\dot\rho_B + 3H(\rho_B + p_B) = J_{\rm ext} - \frac{1-\chi}{\alpha\,a^3}.$$

Entsprechend kann Definition IX.6.1.1 als

$$w_{\rm eff} = \frac{p_B}{\rho_B} + \frac{1}{3H\rho_B}\left(\frac{1-\chi}{\alpha\,a^3} - J_{\rm ext}\right)$$

geschrieben werden.

Die Aussage ist nicht, dass χ eine "Energiekomponente" ersetzt, sondern dass derselbe irreversible Anteil, der in σ_B steckt, in zeitbasierten Observablen als Taktungsfaktor erscheint.

Die beiden Darstellungen sind über Referenzzelle und Kalibration konsistent verbunden.

Korollar IX.6.3.1: Grenzen & Trends

Sei $\alpha > 0$, $H > 0$ und $\rho_B > 0$. Aus $0 < \chi \leq 1$ folgt $0 \leq (1-\chi)/(\alpha a^3) \leq 1/(\alpha a^3)$ und damit

$$-\frac{J_{\text{ext}}}{3H\rho_B} \leq \Delta w_{\text{irr/ext}} \leq \frac{1/(\alpha a^3) - J_{\text{ext}}}{3H\rho_B}.$$

Bei $\sigma_B^{\text{com}} \searrow 0$ nähert sich $\chi \nearrow 1$ und damit $w_{\text{eff}} \to w_{\text{rev}} - \frac{J_{\text{ext}}}{3H\rho_B}$.

IX.6.4 Vergleichsgröße: Mapping zu $w(z)$-Fits

Für den Vergleich mit Standardanalysen (z. B. wCDM) ist es hilfreich, eine rein algebraische Vergleichskurve $w_{\text{cmp}}(z)$ zu definieren. Dabei wird ausdrücklich *keine* gravitative Dynamik im FBA behauptet: $w_{\text{cmp}}(z)$ ist nur ein Übersetzungswerkzeug, das eine aus Distanzen rekonstruierte Geometrie $H_{\text{dist}}(z)$ in die gewohnte GR-Notation einbettet.

Vergleichsparameterisierung $w_{\text{cmp}}(z)$

Gegeben $H_{\text{dist}}(z)$ und Referenzparameter $(\Omega_{m0}, \Omega_{r0}, \Omega_{k0})$ (Standard-GR-Fitsprache) definiert man formal

$$\rho_X(z) := \frac{3H_{\text{dist}}(z)^2}{8\pi G_N} - \rho_m(z) - \rho_r(z) - \rho_k(z),$$

wobei G_N die Newtonsche Konstante in der Vergleichsnotation bezeichnet (nicht eine FBA-Kopplung). Dann setzt man

$$\frac{d\ln\rho_X}{d\ln(1+z)} = 3\big(1 + w_{\text{cmp}}(z)\big).$$

Hinweis: $w_{\text{cmp}}(z)$ ist eine Vergleichsgröße; im FBA folgt $H(z)$ nicht aus einer Feldgleichung.

IX.6.5 Minimalmodelle & Beispiele

Zum Schluss ein kleiner kinematischer Check: Schon eine schwache, glatte Abweichung von $\chi \equiv 1$ verschiebt q_{CC} relativ zu q_{geo} um eine kontrollierte Größe. Das ist später ein direkter Ansatzpunkt für Tests, weil er unabhängig von einer Gravitationsgleichung formuliert ist.

Schwache TDI: $\chi(a) = 1 - \varepsilon_\chi\, a^\nu$**,** $\varepsilon_\chi \ll 1$

Dann gilt für $a \in (0,1]$

$$\frac{d\ln\chi}{d\ln a} = \frac{a}{\chi}\frac{d\chi}{da} = -\frac{\varepsilon_\chi\,\nu\,a^\nu}{1-\varepsilon_\chi\,a^\nu} \approx -\varepsilon_\chi\,\nu\,a^\nu.$$

Damit folgt aus Formelkasten IX.6.2.1

$$q_{\mathrm{CC}} \approx q_{\mathrm{geo}} - \varepsilon_\chi\,\nu\,a^\nu.$$

IX.6.6 Einordnung & Ausblick

Wir haben eine budgetäre Effektivbeschreibung etabliert: w_{eff} als reine Reparametrisierung der Bilanz (Definition IX.6.1.1 und Formelkästen IX.6.1.1 und IX.6.3.1) und die kinematische Verschiebung $q_{\mathrm{CC}} - q_{\mathrm{geo}} = d\ln\chi/d\ln a$ (Formelkasten IX.6.2.1). Kapitel IX.7 bündelt daraus Pass/Fail-Tests überbestimmter Kombinationen aus Distanzen, Chronometern, Redshift-Drift und Lichtkurven, während Kapitel IX.8 die systematische Gegenüberstellung zu ΛCDM/wCDM übernimmt.

IX.7 Vorhersagen & Falsifizierbarkeit (Pass/Fail)

Wir bündeln die aus Kapitel IX.3 bis IX.6 folgenden *modellunabhängigen* Identitäten zwischen Distanz- und Zeitobservablen. *Modellunabhängig* bedeutet hier: ohne Gravitationsfeldgleichung, aber unter der kinematischen FRW-Bühne (inkl. Etherington-Dualität, Photonenzahl/Strahlengeometrie) und konsistenter Kalibration. Die Logik ist bewusst überbestimmt: Distanzen liefern ein geometrisches $H_{\mathrm{dist}}(z)$, während Zeitkanäle χ-gewichtete Raten messen. Wenn TDI korrekt ist, müssen alle Kanäle eine *konsistente* $\chi(z)$-Struktur liefern. Wenn nicht, entstehen robuste Inkonsistenzen, sofern die jeweiligen Systematiken kontrolliert sind.

IX.7.1 Kernidentitäten (ohne Dynamikannahmen)

Wir kombinieren das geometrische $H_{\mathrm{dist}}(z)$ aus Distanzen (Formelkästen IX.5.1.1 und IX.5.1.2) mit den Zeitkanälen Chronometer, Redshift-Drift und Lichtkurven (Formelkästen IX.5.2.1 bis IX.5.2.3). Jede der folgenden Beziehungen ist entweder (i) ein Nulltest im Standardmodus $\chi \equiv 1$ oder (ii) eine Konsistenzbedingung im TDI-Modus.

Formelkasten IX.7.1.1: Drift–Distanz–Identität (Nulltest N_1)

Aus Formelkasten IX.5.2.2 und $H(z) = H_{\mathrm{dist}}(z)$ folgt für jedes z:

$$H_{\mathrm{dist}}(z) = (1+z)\,H_0 - \chi_0 \left.\frac{dz}{d\tau_{\mathrm{geo},0}}\right|_{z,\mathrm{obs}}, \qquad \chi_0 := \chi(t_0).$$

Im Standardmodus setzt man $\chi_0 = 1$ und prüft dieselbe Gleichung als Nulltest.

N_1 ist besonders scharf, weil er eine direkte Zeitänderung ($dz/d\tau_{\mathrm{geo},0}$) gegen die Distanzrekonstruktion von $H(z)$ stellt. Damit hängt der Test sensitiv an der gemeinsamen Kalibration von H_0 und Driftmessung, aber nicht an einem dynamischen Modell.

Formelkasten IX.7.1.2: Chronometer–Distanz–Identität (Nulltest N_2)

Mit Formelkasten IX.5.2.1 und $H(z) = H_{\mathrm{dist}}(z)$ gilt

$$H_{\mathrm{dist}}(z) = \chi(z)\,H_{\mathrm{CC}}(z), \qquad H_{\mathrm{CC}}(z) := -\frac{1}{1+z}\frac{dz}{d\tau_{\mathrm{geo}}}.$$

Im Standardmodus setzt man $\chi(z) = 1$ und erwartet $H_{\mathrm{dist}}(z) = H_{\mathrm{CC}}(z)$.

N_2 ist der direkteste Kanal für $\chi(z)$: Chronometer rekonstruieren eine Zeitableitung, aber eben nach τ_{geo} statt nach t. Genau diese Übersetzung ist χ.

Formelkasten IX.7.1.3: SN–Dilatation $\oplus$ Chronometer (Nulltest N_3)

Definiere den direkt messbaren Stretch-Faktor

$$R_{\mathrm{SN}}(z) := \frac{\Delta\tau_{\mathrm{geo,obs}}}{(1+z)\,\Delta\tau_{\mathrm{geo,em}}} = \frac{\chi_{\mathrm{obs}}}{\chi_{\mathrm{em}}} = \frac{\chi_0}{\chi(z)}\,,$$

vgl. Formelkasten IX.5.2.3. Dann folgt aus Formelkasten IX.5.2.1 und $H(z) = H_{\mathrm{dist}}(z)$:

$$H_{\mathrm{dist}}(z) = \frac{\chi_0}{R_{\mathrm{SN}}(z)}\,H_{\mathrm{CC}}(z).$$

Im Standardmodus ist $R_{\mathrm{SN}}(z) = 1$ und damit wieder $H_{\mathrm{dist}}(z) = H_{\mathrm{CC}}(z)$.

N_3 koppelt zwei Zeitmessklassen: Chronometer liefern eine Rate, Lichtkurven eine Dauerrelation. Gerade diese Kombination macht den Test robust gegen kanaltypische Degeneranzen, weil ein reines Nachbiegen von $H(z)$ die expliziten χ-Verhältnisse in $R_{\mathrm{SN}}(z)$ nicht ersetzen kann.

IX.7.2 χ-Schätzer & interne Konsistenz

Die Kernidentitäten liefern unmittelbare Schätzer. Der entscheidende Punkt ist nicht, dass man χ fitten kann, sondern dass χ aus *verschiedenen* Kanälen kompatibel rekonstruiert werden muss.

Korollar IX.7.2.1: Schätzer $\widehat{\chi}_{\mathrm{CC}}(z)$, $\widehat{\chi}_0(z)$ und $\widehat{\chi}_{\mathrm{SN}}(z)$

Aus Formelkasten IX.7.1.2:

$$\widehat{\chi}_{\mathrm{CC}}(z) = \frac{H_{\mathrm{dist}}(z)}{H_{\mathrm{CC}}(z)}\,.$$

Aus Formelkasten IX.7.1.1:

$$\widehat{\chi}_0(z) = \frac{(1+z)H_0 - H_{\mathrm{dist}}(z)}{\left.\dfrac{dz}{d\tau_{\mathrm{geo},0}}\right|_{z,\mathrm{obs}}}\,.$$

Aus Formelkasten IX.7.1.3:

$$\widehat{\chi}_{\mathrm{SN}}(z) = \frac{\chi_0}{R_{\mathrm{SN}}(z)} \qquad \text{(praktisch: } \widehat{\chi}_{\mathrm{SN}}(z) = \widehat{\chi}_0\,/\,R_{\mathrm{SN}}(z)\text{)}.$$

Konsistenzforderungen:

$$\widehat{\chi}_{\mathrm{CC}}(z) \approx \widehat{\chi}_{\mathrm{SN}}(z) \text{ für alle } z, \qquad \widehat{\chi}_0(z) \approx \text{const.}$$

Physikalische Schranken

Aus Korollar IX.4.4.1 folgt (unter der in Definition IX.4.1.1 ausgewiesenen Normierung) $0 < \chi \leq 1$. In Fits sind $\widehat{\chi}_{\mathrm{CC}}(z)$ und $\widehat{\chi}_{\mathrm{SN}}(z)$ in $(0, 1]$ zu beschränken (harte Priors).

IX.7.3 Pass/Fail-Kriterien (operativ)

Damit „Pass“ und „Fail“ nicht zu Interpretationsfragen werden, formulieren wir alle Tests als Residuen. Im Standardmodus setzt man $\chi \equiv 1$ und prüft, ob die Residuen verschwinden. Im TDI-Modus werden χ_0 und $\chi(z)$ rekonstruierbar, und man prüft zusätzlich Schranken und Schätzerkonsistenz.

Formelkasten IX.7.3.1: Residuen & Entscheidung

Definiere Residuen

$$\Delta_{\rm DR}(z) := H_{\rm dist}(z) - (1+z)H_0 + \chi_0 \left.\frac{dz}{d\tau_{\rm geo,0}}\right|_{z,\rm obs},$$

$$\Delta_{\rm CC}(z) := H_{\rm dist}(z) - \chi(z)\, H_{\rm CC}(z), \qquad \Delta_{\rm SNCC}(z) := H_{\rm dist}(z) - \frac{\chi_0}{R_{\rm SN}(z)}\, H_{\rm CC}(z).$$

Normierte Residuen:

$$\mathcal{N}_1(z) := \frac{\Delta_{\rm DR}(z)}{H_0}, \quad \mathcal{N}_2(z) := \frac{\Delta_{\rm CC}(z)}{H_{\rm dist}(z)}, \quad \mathcal{N}_3(z) := \frac{\Delta_{\rm SNCC}(z)}{H_{\rm dist}(z)}.$$

Pass (empirisch): $|\mathcal{N}_i(z)| \le \delta_{*,i}(z)$ für alle z (binnen Fehlerbalken und nach Systematik-Checks).
Fail: stabile, systematische Abweichung $|\mathcal{N}_i| > \delta_{*,i}$ über z-Intervalle $\Rightarrow$ TDI widerlegt oder Annahmen verletzt (Photonenzahl, Kalibration, Krümmung).

Überbestimmung & Degeneranzen

ΛCDM/wCDM-Degeneranzen betreffen primär $H(z)$ und Distanzmaße; die Zeitkanäle tragen unabhängige Information über χ. Die Gleichzeitigkeit der Tests N_1 bis N_3 bricht typische $w(z)$-Degeneranzen: Wird $H_{\rm dist}$ durch eine $w(z)$-Kurve angepasst, müssen Drift, Chronometer und SN konsistent dieselbe χ-Struktur liefern. Das ist der Pass/Fail-Hebel.

IX.7.4 Minimalparametrisierung & Fit-Strategie

Für Datenvergleiche empfiehlt sich eine glatte, positiv beschränkte Parametrisierung von $\chi(z)$, damit die Schranken $0 < \chi \le 1$ nicht erst a posteriori repariert werden müssen.

Beispiel-Ansätze für $\chi(z)$

- *Linear-fractional:* $\chi(z) = 1 - \varepsilon_\chi \frac{z}{1+z}$, $\varepsilon_\chi \in [0,1)$.
- *Log-Basis:* $\chi(z) = 1 - \sum_{k=1}^{K} a_k\, [\ln(1+z)]^k$ mit $0 \le \sum_{k=1}^{K} a_k [\ln(1+z)]^k < 1$.
- *GP-Rekonstruktion:* $\chi(z) = \mathrm{sigmoid}(g(z))$ mit GP auf g; Sigmoid sichert $0 < \chi \le 1$.

Formelkasten IX.7.4.1: Gemeinsame Likelihood (skizziert)

Mit Datenkanälen $\mathcal{D} = \{d_L, H_{\rm CC}, (dz/d\tau)_0, \Delta\tau\}$ und Modell $\{H_{\rm dist}[d_L; R_k],\ \chi(z;\theta),\ \chi_0\}$:

$$-2\ln\mathcal{L} = \sum_z \sum_{i=1}^{3} \frac{\mathcal{N}_i(z;\theta,\chi_0)^2}{\sigma_i(z)^2} + \text{Priors}[\chi\in(0,1],\ R_k\ (\text{oder}\ \Omega_{k0}),\ H_0].$$

IX.7.5 Sekundäre Vorhersagen

Neben den direkten Nulltests gibt es zwei besonders robuste Folgerungen: (i) eine rein kinematische Verschiebung in Beschleunigungsparametern (Formelkasten IX.6.2.1) und (ii) ein Alterskorsett aus Formelkasten IX.5.4.1, das $\tau_{\rm geo}$ gegen t abgrenzt.

Korollar IX.7.5.1: Beschleunigungs-Differenz als χ-Ableitung

$$q_{\rm CC}(z) - q_{\rm geo}(z) = \frac{d\ln\chi}{d\ln a}\,.$$

Monotones $\chi \nearrow 1 \Rightarrow q_{\rm CC} > q_{\rm geo}$ bei kleinem z; umgekehrt bei $\chi \searrow$.

Korollar IX.7.5.2: Alters-Korsett

Bezeichne z_* den frühesten auflösbaren Anfangsrand der Abfolge im verwendeten Coarse-Graining (vgl. Abschnitt IX.3.1). Mit $H(z) = H_{\rm dist}(z)$ und Formelkasten IX.5.4.1 gilt

$$\tau_{\rm geo}(z) = \int_z^{z_*} \chi(z')\,\frac{dz'}{(1+z')H_{\rm dist}(z')} \ \le\ t(z),$$

mit Gleichheit nur für $\chi \equiv 1$. Chronometer messen $\Delta\tau_{\rm geo}$; Kombination mit $t(z)$ liefert eine χ-Untergrenze.

IX.7.6 Systematiken & Robustheit

Die in Abschnitt IX.5.6 markierten Kontrollpunkte sind integraler Bestandteil jedes Pass/Fail-Urteils. Hier kommen drei zusätzliche Punkte hinzu, weil sie direkt in N_1 bis N_3 eingehen.

Zusatzpunkte für robuste Pass/Fail-Urteile

- **Krümmung:** In Formelkasten IX.5.1.2 über R_k (äquivalent Ω_{k0}) explizit behandeln und mit Priors oder Fits marginalisieren.
- **Kalibration H_0:** Nulltest N_1 ist sensitiv; eine konsistente H_0-Kalibration über Datensätze ist zwingend.
- **Photonenzahl-Erhaltung:** Etherington-Dualität wird vorausgesetzt; mögliche Verletzungen separat testen, bevor χ interpretiert wird.

IX.7.7 Zusammenfassung (Kurz-Checkliste)

Die folgenden Punkte sind die kompakten Entscheidungsregeln, wie sie in einer Analyse-Pipeline umgesetzt werden können:

Pass/Fail - TDI im Überblick

- **Nulltests:** N_1 bis N_3 datenkompatibel (vgl. Formelkästen IX.7.1.1 bis IX.7.1.3).
- **Schätzer-Konsistenz:** $\widehat{\chi}_{\mathrm{CC}}(z) \approx \widehat{\chi}_{\mathrm{SN}}(z) = \chi_0/R_{\mathrm{SN}}(z)$ und $\widehat{\chi}_0(z)$ z-konstant (Korollar IX.7.2.1).
- **Schranken:** $0 < \chi \leq 1$ (Korollar IX.4.4.1) und $\tau_{\mathrm{geo}}(z) \leq t(z)$ (Korollar IX.7.5.2).
- **Beschleunigung:** $q_{\mathrm{CC}} - q_{\mathrm{geo}} = d\ln\chi/d\ln a$ (Korollar IX.7.5.1).

IX.8 Abgrenzung & Vergleich zur Standardkosmologie

Dieses Kapitel stellt die TDI–Effektivbeschreibung des FBA der Standardkosmologie (ΛCDM / wCDM) gegenüber. Kernidee: TDI führt *keine* zusätzliche Energiedichte ein, sondern modifiziert die *Zeitablesung* realer Uhren über $\chi = d\tau_{\mathrm{geo}}/dt$ (Kapitel IX.4). Dadurch entstehen testbare Verschiebungen in *Zeitobservablen* bei unveränderter FRW–Kinematik (Kapitel IX.3). Die zentralen Vergleichspunkte sind Parameterzählung, Degeneranzen, krümmungsabhängige Effekte und Nulltests (Kapitel IX.7).

IX.8.1 Parameterzählung & Freiheitsgrade

Damit der Vergleich nicht an begrifflicher Vermischung scheitert, trennen wir strikt zwischen (i) *Geometrie* (was Distanzen festlegen) und (ii) *Taktung* (was Zeitkanäle zusätzlich messen).

Minimaler Parametersatz (konzeptuell)

- **Geometrie (Distanzkanal):** $H_{\mathrm{dist}}(z)$ aus $d_L(z)$ (bzw. $d_A(z)$) gemäß Formelkästen IX.5.1.1 und IX.5.1.2; dieser Kanal enthält keine χ–Information.
- **Taktung (Zeitkanäle):** $\chi(z) \in (0, 1]$ mit heutiger χ_0 und der relativen Abweichung $\chi(z)/\chi_0$, rekonstruierbar über Chronometer/Drift/SN (Kapitel IX.5 und IX.7).

Vergleich: wCDM parametrisiert Geometrie über eine dynamische $w(z)$–Kurve in einer Feldgleichungslogik; TDI parametrisiert *nicht* die Geometrie, sondern die *Zeitablesung* der Uhren über χ in den Zeitkanälen.

IX.8.2 Degeneranzen & deren Bruch

Distanzen bestimmen $H_{\mathrm{dist}}(z)$ (Formelkästen IX.5.1.1 und IX.5.1.2) - aber sie sind blind gegenüber der Frage, ob eine gemessene Zeitableitung nach t oder nach τ_{geo} genommen wurde. Diese Blindheit wird erst durch Zeitkanäle gebrochen.

Formelkasten IX.8.2.1: Geometrie–Zeit–Degeneranz & Bruch

Aus Formelkasten IX.5.2.1 folgt $H(z) = \chi(z)\, H_{\mathrm{CC}}(z)$. Damit ist

$$\underbrace{H_{\mathrm{dist}}(z)}_{\text{Distanz}} = \underbrace{\chi(z)}_{\text{Taktung}} \cdot \underbrace{H_{\mathrm{CC}}(z)}_{\text{Chronometer}},$$

und die gemeinsame Auswertung von Distanz- und Zeitdaten bricht die (H, χ)–Degeneranz (Nulltest Formelkasten IX.7.1.2).

Wichtig ist dabei die Richtung der Aussage: Nicht „χ erklärt jede Abweichung“, sondern umgekehrt - ein konsistentes $\chi(z)$ muss *gleichzeitig* mehrere Zeitkanäle erklären, während $H_{\mathrm{dist}}(z)$ geometrisch festgehalten wird.

Korollar IX.8.2.1: Warum reines $H(z)$-Tuning Zeitkanäle nicht gleichzeitig retten kann

Angenommen, der Distanzkanal fixiert $H_{\text{dist}}(z)$ robust, und Zeitdaten legen konsistent $\chi(z) \neq 1$ nahe. Dann kann ein Ansatz, der *nur* $H(z)$ ändert (etwa über $w(z)$ in wCDM), die Zeitkanäle nicht gleichzeitig reproduzieren, ohne zusätzlich mindestens eine der Eingangsvoraussetzungen zu verändern:

- Drift trägt χ_0^{-1} in Formelkasten IX.5.2.2,
- Lichtkurven tragen ein χ-Verhältnis in Formelkasten IX.5.2.3,
- Chronometer tragen $\chi(z)$ in Formelkasten IX.5.2.1.

Diese Faktoren sind nicht durch eine reine Umformung von $H(z)$ absorbierbar, solange Geometrie (Distanzinversion) und Zeitablesungen (Eigenzeit) getrennt kalibriert bleiben.

IX.8.3 Krümmung, Dualitäten & Robustheit

Krümmung k beeinflusst die Distanzinversion und damit $H_{\text{dist}}(z)$, aber sie greift *nicht* in die χ–Faktoren der Zeitkanäle ein. Das ist methodisch praktisch: k wird im Distanzkanal behandelt und anschließend gemeinsam mit χ auf Konsistenz geprüft.

Rolle der Krümmung

In Formelkasten IX.5.1.2 ist k explizit enthalten; χ tritt erst bei Formelkästen IX.5.2.1 bis IX.5.2.3 auf. Etheringtons Dualität (Photonenzahl–Erhaltung) bleibt bestehen; Verletzungen dieser Annahme sind separat zu testen (vgl. Abschnitt IX.5.6).

IX.8.4 Mapping zu wCDM (nur als Vergleichsgröße)

Das in Kapitel IX.6 eingeführte $w_{\text{cmp}}(z)$ ist ein nützliches Übersetzungsobjekt: Es sagt, welche effektive $w(z)$-Kurve die *geometrisch* rekonstruierte $H_{\text{dist}}(z)$ nachbilden würde. Es ist aber bewusst keine Aussage über Zeitkanäle.

Lesart von $w_{\text{cmp}}(z)$

$w_{\text{cmp}}(z)$ ist ein Vergleichsplot: er beschreibt eine GR-Notation, die zur gleichen Geometrie $H_{\text{dist}}(z)$ führen würde. TDI-Signaturen liegen dagegen dort, wo Zeitkanäle bei identischem H_{dist} konsistent $\chi(z) \neq 1$ nahelegen bzw. erfordern (Kapitel IX.7).

IX.8.5 Beschleunigungsdiagnostik

Wenn Beschleunigung über Zeitdaten geschätzt wird, muss klar sein, welche Zeit im Spiel ist. Genau hier isoliert die Differenz der Beschleunigungsparameter eine reine χ–Ableitung (Kapitel IX.6).

Formelkasten IX.8.5.1: Kinematische Diagnose

$$q_{\mathrm{CC}}(z) - q_{\mathrm{geo}}(z) \;=\; \frac{d\ln\chi}{d\ln a}\,,$$

vgl. Formelkasten IX.6.2.1. Ein konsistentes Vorzeichen- und Trendverhalten über z ist eine scharfe TDI–Signatur.

IX.8.6 Wachstum (skizziert)

Ohne Feldgleichungen lässt sich das Wachstum linearer Störungen nicht vollständig bestimmen. TDI liefert hier dennoch einen klaren Hinweis, *wo* ein Bias entstehen kann: Viele Wachstumsauswertungen benutzen Ableitungen nach einer „kosmischen Zeit“, die praktisch über Eigenzeiten angenähert wird.

Wachstumsindikator (qualitativ)

Analysen des Wachstumsindex γ nutzen häufig Ableitungen nach „kosmischer Zeit“. Bei $\chi \neq 1$ verschieben sich solche Ableitungen relativ zur Eigenzeit, was Inference-Bias erzeugen kann. Für dynamische Wachstumsvorhersagen ist die Budget–Geometrie aus Teil VI heranzuziehen.[a] Die Nulltests aus Kapitel IX.7 bleiben davon unberührt, weil sie nur Geometrie (Distanzen) gegen Zeitablesungen (Uhren) testen.

[a] Siehe FBA Teil VI: Gravitation & Geometrie aus Budgetflüssen, Kap. VI.2–VI.4 „Budget–Geometrie“.

IX.8.7 Modellvergleich (praktisch)

Für eine datengetriebene Gegenüberstellung bietet sich ein Informationskriterien-Vergleich an, der direkt auf den Nulltest-Residualen aufsetzt. Das vermeidet, dass man implizit Feldgleichungen „durch die Hintertür“ hineinparametrisiert.

Formelkasten IX.8.7.1: BIC/AIC auf Nulltest–Residualen

Setze Residuen $\mathcal{N}_{1,2,3}(z)$ aus Formelkasten IX.7.3.1. Für ein χ–Modell mit Parametervektor θ und N Datenpunkten:

$$\mathrm{AIC} = 2k - 2\ln\mathcal{L}(\theta), \qquad \mathrm{BIC} = k\ln N - 2\ln\mathcal{L}(\theta),$$

mit $-2\ln\mathcal{L} = \sum_i\sum_z \mathcal{N}_i(z;\theta)^2/\sigma_i(z)^2$ (vgl. Formelkasten IX.7.4.1). ΛCDM entspricht dem Spezialfall $\chi \equiv 1$.

IX.8.8 Kurz–Checkliste (Vergleich)

Die folgenden Punkte bündeln die Abgrenzung in kompakter Form.

TDI vs. Standard - auf einen Blick

- **Geometrie:** $H_{\text{dist}}(z)$ aus Distanzen (unabhängig von χ; Formelkästen IX.5.1.1 und IX.5.1.2).
- **Zeitkanäle:** χ skaliert Chronometer/Drift/Lichtkurven (Formelkästen IX.5.2.1 bis IX.5.2.3); ΛCDM setzt $\chi \equiv 1$.
- **Nulltests:** $\mathcal{N}_{1,2,3}$ (Kapitel IX.7; Formelkästen IX.7.1.1 bis IX.7.1.3) $\Rightarrow$ überbestimmte Prüfung.
- **Beschleunigung:** $q_{\text{CC}} - q_{\text{geo}} = d \ln \chi / d \ln a$ (Formelkasten IX.8.5.1).
- **Krümmung:** Beeinflusst Distanzinversion, nicht die χ–Faktoren; getrennt marginalisieren (Formelkasten IX.5.1.2).

IX.8.9 Einordnung & Ausblick

TDI unterscheidet sich konzeptionell von wCDM: χ wirkt in Zeitobservablen als Taktungsfaktor, nicht als zusätzlicher Energieterm in der Geometrie. Damit liefern Kapitel IX.7 und IX.8 eine Grundlage für Datenanalysen, die auf Nulltests, Schätzern und Informationskriterien beruht - ohne Annahmen über gravitative Feldgleichungen. Kapitel IX.9 schließt mit einer zusammenfassenden Checkliste und redaktionellen Hinweisen für die Umsetzung.

IX.9 Zusammenfassung & Checkliste

Dieses Kapitel bündelt die zentralen Ergebnisse aus Kapitel IX.3 bis IX.8 zu einer kompakten, operativ nutzbaren Prüfliste. Der Zweck ist nicht Wiederholung, sondern eine eindeutige *Handlungsanweisung* für Datenanalysen: Zuerst wird die Geometrie aus Distanzen rekonstruiert, dann wird die Taktung aus Zeitkanälen bestimmt, und erst danach werden beide Seiten in überbestimmten Identitäten gegeneinander geprüft.

Die Kernaussagen verbinden die FRW-Kinematik (Formelkasten IX.3.2.1), die budgetäre Hintergrundbilanz (Formelkasten IX.3.3.1), den deduktiv definierten TDI-Faktor $\chi = d\tau_{\rm geo}/dt$ (Definition IX.4.1.1 und Formelkästen IX.4.1.1 und IX.4.4.1) und die beobachtbaren Zeitkanäle Chronometer, Redshift-Drift und Lichtkurven (Formelkästen IX.5.2.1 bis IX.5.2.3). Die Nulltests aus Kapitel IX.7 (Formelkästen IX.7.1.1 bis IX.7.1.3 und IX.7.3.1) liefern die Pass/Fail-Kriterien; Kapitel IX.8 liefert die konzeptuelle Abgrenzung zu Standardansätzen.

IX.9.1 Kernaussagen (konzentriert)

Die folgenden Punkte sind die in dieser Abhandlung verwendeten Dreh- und Angelpunkte. Sie sind so formuliert, dass klar bleibt, *wo* TDI überhaupt eintreten kann: nicht in der Distanzkinematik, sondern in der Zeitablesung.

Kernresultate im Überblick

- **FRW-Kinematik bleibt formal:** Distanzen folgen Formelkasten IX.3.2.1; $H_{\rm dist}(z)$ ist geometrisch aus $d_L(z)$ rekonstruierbar (Formelkästen IX.5.1.1 und IX.5.1.2).
- **TDI ist abgeleitet, kein Zusatzterm:** Unter der in Definition IX.4.1.1 ausgewiesenen Normierung gilt $\chi + \vartheta = 1$ und $\vartheta = \frac{\beta^{-1}}{\kappa_\tau}\dot{\Sigma}_{\rm int}$ (Definition IX.4.1.1 und Formelkasten IX.4.1.1); großskalig (im Referenzzellen-Coarse-Graining) $1 - \chi = \alpha\, \sigma_B^{\rm com}$ mit $\sigma_B^{\rm com} := a^3 \sigma_B$ (Formelkasten IX.4.4.1).
- **Zeitkanäle tragen χ:** Chronometer, Drift und Lichtkurven skalieren gemäß Formelkästen IX.5.2.1 bis IX.5.2.3.
- **Überbestimmte Tests:** Nulltests Formelkästen IX.7.1.1 bis IX.7.1.3 und Residuen Formelkasten IX.7.3.1 prüfen $\chi \equiv 1$ gegen $\chi \neq 1$.
- **Kinematische Diagnostik:** $q_{\rm CC} - q_{\rm geo} = d\ln\chi/d\ln a$ isoliert eine reine χ-Ableitung (Formelkasten IX.6.2.1).

IX.9.2 Pass/Fail-Checkliste (operativ)

Die Tests sind so formuliert, dass sie ohne gravitative Feldgleichungen auskommen und ausschließlich beobachtbare Größen nutzen. Wichtig ist die Lesart: Ein **Fail** bedeutet entweder, dass TDI nicht zutrifft, oder dass mindestens eine der Eingangsvoraussetzungen (Kalibration, Krümmung, Dualitäten, Systematiken) verletzt ist. Genau deshalb sind die Kriterien als getrennte Residuen und Schranken formuliert.

Formelkasten IX.9.2.1: Prüfkatalog & Entscheidung

1. **(N_1) Drift–Distanz–Nulltest:** $\Delta_{\mathrm{DR}}(z) \overset{!}{=} 0$ aus Formelkasten IX.7.1.1. *Fail:* systematische Abweichung über z.
2. **(N_2) Chronometer–Distanz–Nulltest:** $\Delta_{\mathrm{CC}}(z) \overset{!}{=} 0$ aus Formelkasten IX.7.1.2. *Fail:* kohärenter Offset oder Trend.
3. **(N_3) SN-Dilatation $\oplus$ Chronometer:** $\Delta_{\mathrm{SNCC}}(z) \overset{!}{=} 0$ aus Formelkasten IX.7.1.3. *Fail:* inkonsistentes $R_{\mathrm{SN}}(z)$.
4. **χ-Schranken:** $\widehat{\chi}_{\mathrm{CC}}(z) \in (0,1]$ und $\widehat{\chi}_{\mathrm{SN}}(z) \in (0,1]$ als harte Priors (vgl. Korollar IX.4.4.1).
5. **Alters-Korsett:** $\tau_{\mathrm{geo}}(z) \le t(z)$ (Formelkasten IX.5.4.1 und Korollar IX.7.5.2). *Fail:* Verletzung jenseits von Fehlern.
6. **Beschleunigungs-Differenz:** Trend von $q_{\mathrm{CC}} - q_{\mathrm{geo}} = d\ln\chi/d\ln a$ (Formelkasten IX.6.2.1). *Fail:* Muster, das nicht mit den χ-Fits kompatibel ist.

Entscheidung: Nutze die normierten Residuen $\mathcal{N}_{1,2,3}$ (Formelkasten IX.7.3.1) mit kanalspezifischen Toleranzbändern $\delta_{*,i}(z)$.
Pass, wenn alle $|\mathcal{N}_i(z)| \le \delta_{*,i}(z)$ und alle Schranken erfüllt sind; sonst **Fail** (oder Annahmen verletzt).

IX.9.3 Minimaler Datensatz & Auswertung

Für eine vollständige Prüfung genügt ein Datensatz, der Geometrie und Zeitablesung getrennt zugänglich macht. Der zentrale praktische Punkt ist die Reihenfolge: erst H_{dist}, dann χ, dann Nulltests.

Daten & Pipeline (minimal)

Eingangsdaten:

- **Distanzen:** $d_L(z)$ (oder $d_A(z)$) $\Rightarrow H_{\mathrm{dist}}(z)$ via Formelkästen IX.5.1.1 und IX.5.1.2.
- **Chronometer:** $H_{\mathrm{CC}}(z) = -\frac{1}{1+z}\frac{dz}{d\tau_{\mathrm{geo}}}$ (Formelkasten IX.5.2.1).
- **Redshift-Drift:** $(dz/d\tau_{\mathrm{geo}})\big|_{0,\mathrm{obs}}$ (Formelkasten IX.5.2.2), gemeinsam mit H_0.
- **Lichtkurven:** $\Delta\tau_{\mathrm{geo,obs}}/((1+z)\Delta\tau_{\mathrm{geo,em}}) \Rightarrow R_{\mathrm{SN}}(z)$ (Formelkasten IX.5.2.3).

Rekonstruktion & Checks:

- $H_{\mathrm{dist}}(z)$ rekonstruieren (glätten, dann differenzieren, vgl. Abschnitt IX.5.1).
- $\widehat{\chi}_{\mathrm{CC}}(z) = H_{\mathrm{dist}}(z)/H_{\mathrm{CC}}(z)$, $\widehat{\chi}_0$ aus Drift und $\widehat{\chi}_{\mathrm{SN}}(z) = \widehat{\chi}_0/R_{\mathrm{SN}}(z)$ bestimmen (Abschnitt IX.7.2).
- Nulltests und Residuen $\mathcal{N}_{1,2,3}$ aus Formelkasten IX.7.3.1 auswerten.

IX.9.4 Robustheit & typische Fallstricke

Die Nulltests sind nur so gut wie die Kontrolle der Systematiken, die in die jeweiligen Kanäle eingehen. Die folgende Liste ist bewusst kurz und verweist auf die Stellen, an denen die Effekte im Lesepfad eingeführt wurden.

Systematiken (Kurzliste)

- **Kalibration H_0:** wirkt direkt in Formelkasten IX.7.1.1; Drift-Tests benötigen konsistente H_0-Kalibration.
- **Krümmung k:** beeinflusst H_{dist} über Formelkasten IX.5.1.2; getrennt fitten oder marginalisieren (vgl. Abschnitt IX.5.1).
- **Photonenzahl-Erhaltung:** Etherington-Dualität wird vorausgesetzt; mögliche Verletzungen separat testen (vgl. Abschnitt IX.5.6).
- **Chronometer-Modelle:** Stellarpopulationssystematiken wirken in Formelkasten IX.5.2.1; ohne robuste Modellkontrolle ist $\widehat{\chi}_{\text{CC}}(z)$ nicht belastbar.
- **SN-Standardisierung:** Stretch- und K-Korrekturen wirken in Formelkasten IX.5.2.3; $R_{\text{SN}}(z)$ ist nur so stabil wie die Standardisierung.

IX.9.5 Schlussbemerkung

Die TDI-Prüflogik trennt Geometrie (aus Distanzen) und Taktung (aus Zeitkanälen) strikt und führt sie in überbestimmten Identitäten zusammen. Damit ist ein klarer, feldgleichungsfreier Pass/Fail-Mechanismus gegeben, der ΛCDM ($\chi \equiv 1$) als Spezialfall enthält. Jede Abweichung $\chi \neq 1$ muss sich als konsistentes Muster in den Nulltests Formelkästen IX.7.1.1 bis IX.7.1.3 und den Schranken Korollare IX.4.4.1 und IX.7.5.2 manifestieren.

IX.10 Der Zustand vor der Zeit - Intuition außerhalb des zuvor gespannten formalen Rahmens

Dieses Kapitel skizziert eine nicht-formale Intuition im Rahmen des FBA und der daraus abgeleiteten Time-Dilation-Inflation (TDI). Es führt keine neuen Primitiven ein und ersetzt keine Ableitungen. Seine Aufgabe ist eine erzählerische Ergänzung: Es macht anschaulich, *warum* die in Kapitel IX.3 bis IX.8 aufgebaute Trennung von Geometrie (Distanzkanal) und Taktung (Zeitkanäle über χ) genau an der Stelle ansetzt, an der klassische Ursprungserzählungen sonst „vor die Zeit" zurücksprechen.

Zeit als Ordnung von Unterschieden

Im FBA ist Zeit kein Hintergrundfluss, sondern die Ordnung *realisierter* Unterschiede. Uhren zählen Minimalereignisse, und die globale Frame-Folge ist die Buchführung darüber, dass überhaupt etwas *unterscheidbar anders* geworden ist.[10] Das ist eine nüchterne Aussage, aber sie hat eine scharfe Konsequenz: Wo keine realisierten Unterschiede sind, dort gibt es operativ auch kein „vorher" und „nachher".

Grenzbild vor dem ersten Tick

Kosmologische Rückschau erzählt den Anfang häufig als Annäherung an einen Grenzpunkt „$a \to 0$". Im FBA stoßen wir ebenfalls auf eine Beschreibungsgrenze, aber aus einem anderen Grund: Wenn Zeit die Ordnung realisierter Unterschiede ist, dann ist der „Anfang" nicht zuerst ein Wert von a, sondern der erste Schritt, in dem überhaupt ein Unterschied *realisiert* wird.

Wir können das als Übergang $F_0 \to F_1$ lesen: Mit der ersten realisierten Minimaldifferenz wird erstmals ein globaler Zustand vom vorhergehenden unterscheidbar. *Ab* diesem Moment bekommen Abfolge, Dauer und Vergleich operativen Sinn. Vorher ist nicht „früher", sondern schlicht: noch kein Unterschied, also keine Zählbarkeit.

Nullzeitfeld

„Nullzeitfeld" (NZF) bezeichnet die logische Beschreibungsschranke, an der keine realisierten Unterschiede vorliegen: keine Orte, keine Richtungen, keine operativen Zeiten oder Dichten. Das NZF ist kein physikalisches Medium „vor" der Zeit, sondern der Name für den Grenzfall „noch nichts gezählt".

Der Nutzen dieses Begriffs ist methodisch: Er verhindert, dass wir rückwirkend bereits kalibrierte Größen (Zeit, Volumen, Dichte) auf eine Lage anwenden, in der diese Größen gar keinen operativen Träger haben.

Erster Tick und Start der Abfolge

Sobald eine Minimaldifferenz realisiert ist, existiert nicht nur ein „danach", sondern auch das, woran sich Kalibration festmachen kann: Vergleich von Laufzeiten, Front-Protokolle, damit

[10] Siehe FBA Teil I: FBA - Grundlagen, Kap. I.2–I.4 „Frame-Folge, Minimalereignisse, Eigenzeit".

die Einführung einer maximalen Ausbreitungsrate c als Kalibrationsanker. Erst dann wird aus der bloßen Möglichkeit von Geometrie eine tatsächlich messbare Geometrie.

Formelkasten IX.10.1: Operatives Startkriterium der Abfolge

Die Abfolge startet genau dann, wenn eine Minimaldifferenz realisiert ist:

$$F_n \to F_{n+1} \iff \exists \text{ ME mit } \Delta \geq \delta_{\text{min}}.$$

Ohne realisierte Differenz gibt es nichts abzuzählen - keine Frames, keine Abfolge, keine Dauer.

Im formalen Aufbau ist das kein Zusatzpostulat, sondern die Umformulierung dessen, was „Frame-Folge“ und „Minimalereignis“ bereits bedeuten: Frames unterscheiden sich nur durch realisierte, operativ erfassbare Differenzen, und genau diese Differenzen sind das Zählmaterial der Zeit. (δ_{min} ist hier die operative Minimaldifferenz als Modellprimitive; empirische Toleranzbänder werden in Teil IX als δ_* notiert.)

Keine Singularität durch Rückwärtsrhetorik

Mit dieser Lesart wird klar, warum klassische Singularitätsrhetorik im FBA ihren operativen Gegenstand verliert: Größen wie Dichte oder Temperatur sind Quotienten, die Maß- und Volumenbegriffe voraussetzen. Diese Begriffe entstehen aber erst *nach* Abfolge und Kalibration.

Die operative Reihenfolge ist daher nicht „Grenzwert und dann Deutung“, sondern: zuerst Abfolge, dann Kalibration, dann Maß und Volumen und erst danach die abgeleiteten Quotienten. Wenn der erste auflösbare Schritt eine endliche Front-Spannweite $\ell_* = c\,\Delta t$ hat, dann ist auch der erste Volumenanker endlich. Damit sind die daraus gebildeten Dichten endlich, ohne dass man an dieser Stelle irgendeine Feldgleichung bemühen müsste.

Formelkasten IX.10.2: Startordnung statt Anfangswertproblem

Abfolge $\Rightarrow$ Kalibration $\Rightarrow$ Maß/Volumen $\Rightarrow$ Dichte/Temperatur.
Erstes kalibriertes Volumen $V_1 \sim \ell_*^3$ und erste interne Budgetzuteilung $\Delta b_{\text{int},1}$ sind endlich $\Rightarrow$ $\rho_1 = \Delta b_{\text{int},1}/V_1 < \infty$.

Einordnung: Damit ist nicht behauptet, dass jede mathematische Singularität idealisierter Kontinuumsgrenzen „verschwindet“. Der Punkt ist schlichter: Wir modellieren den Ursprung nicht als geodätischen Grenzpunkt eines glatten Kontinuums, sondern als ersten, endlich kalibrierten Schritt. Aussagen zu Krümmung, Backreaction und zur Einordnung klassischer Singularitätssätze werden im Rahmen der Gravitationsausarbeitung behandelt.[11]

Anfangsdynamik: Drift statt Knall

Wenn man den Anfang als ersten endlichen Schritt liest, verschiebt sich die Intuition automatisch: Nicht „ein Knall aus dem Nichts“, sondern ein Beginn als *Fortsetzung* unter maximaler Symmetrie.

[11] Siehe FBA Teil VI: Gravitation & Geometrie aus Budgetflüssen, Kap. VI.2–VI.4 „Budget–Geometrie“.

In einer nahezu homogen/isotropen Startlage ist Skalieren die einzige globale Richtung, die diese Symmetrie nicht sofort bricht. Viele lokale Auslöser können zudem koaktualisiert in denselben globalen Schritt fallen. In so einer Lage ist es plausibel, dass Budget zunächst bevorzugt in den Ortskanal fließt: Skalenwachstum entlastet das System, vergrößert die Zustandskapazität und macht die Fortsetzung der Abfolge „leichter“ (Least-Jam-Intuition). Makroskopisch erscheint das als sanfte Anfangsdrift des Skalenfaktors mit realer Dauer - keine impulsive Singularität.

Im Vokabular der vorherigen Kapitel heißt das: Ein großer Ortsanteil pro Schritt korrespondiert mit kleiner geometrischer Eigenzeit pro front-kalibrierter Zeit, also mit $\chi \ll 1$ in Definition IX.4.1.1.

Was klassisch als „Inflationsrolle“ über ein Zusatzfeld (Inflaton) eingeführt wird, erscheint hier als kollektiver Budgetmodus, der eine Zeitdilatationsphase erzeugt. Mit fortschreitender Verdünnung verschiebt sich der Budgetfluss vom Ortskanal auf interne Freiheitsgrade, χ steigt, und der Driftmodus klingt aus. Genau diese Verschiebung ist es, die in den Zeitkanälen später als TDI-Signatur testbar wird (Kapitel IX.7).

Takt und Altern

Zwei Größen laufen hier bewusst auseinander: Die front-kalibrierte Zeit t ist die Zählung der globalen Schritte, während reale Uhren entlang einer Weltlinie die geometrische Eigenzeit τ_{geo} messen. TDI ist genau die Aussage, dass beide Größen systematisch auseinanderlaufen:

$$d\tau_{\text{geo}} = \chi \, dt, \qquad 0 < \chi \leq 1$$

(Definition IX.4.1.1).

Parallel dazu läuft die irreversible Buchführung als Alterung A in Formelkasten IX.4.1.1:

$$\frac{dA}{dt} = 1 - \chi.$$

In der Normierung der TDI-Definition ist das eine vollständige Aufteilung pro Schritt: Was nicht als geometrische Eigenzeit „tickt“, wird als irreversible interne Bindung gebucht. Früh, im Driftmodus, ist χ klein, daher wächst τ_{geo} pro dt langsam und A relativ schnell. Später steigt χ, und der relative Anteil der Eigenzeit pro Schritt nimmt zu.

Beobachtbare Konsequenzen

Diese Intuition ist nur dann mehr als Rhetorik, wenn sie sich an den Kanälen festmachen lässt, die χ tatsächlich sehen. Genau deshalb trennt der formale Aufbau Geometrie und Taktung: Die Geometrie (Distanzen) bleibt FRW-kinematisch (Formelkasten IX.3.2.1), während Zeitkanäle (Chronometer, Redshift-Drift, Lichtkurven) explizit $\chi = d\tau_{\text{geo}}/dt$ tragen (Kapitel IX.5 und IX.7). Das Drift-Bild sagt daher konsistente, überbestimmte Signaturen in den Zeitkanälen voraus - genau die Nulltests und Schätzer aus Kapitel IX.7.

Konsequenzen & Testhaken

- Frühe Glättung durch Koaktualisierung in einer nahezu homogen/isotropen Startlage; eine einfache, symmetrieverträgliche Fortsetzung ist Skalieren statt Strukturieren.
- Keine Anfangssingularität als operativer Zwang: Maß- und Volumenbegriffe entstehen erst nach Abfolge und Kalibration; erster Schritt endlich kalibriert $\Rightarrow$ abgeleitete Größen endlich.
- Drift $\Rightarrow$ TDI: Expansion als kollektive Eigenzeitverlangsamung ohne Zusatzfeld; prüfbar in Zeitkanälen über die überbestimmten Nulltests in Kapitel IX.7.

Schluss

So erzählt, rückt der Anfang der Welt vom Knall zur Drift. Der Kern bleibt dabei bescheiden: Abfolge, Budget, Kalibration. Alles Operative und Prüfbare steht in Kapitel IX.3 bis IX.8 - dieses Kapitel liefert nur den erzählerischen Blick, der das formale Gerüst im Nachhinein „von innen“ beleuchtet.

IX.11 Philosophischer Exkurs: Wo das »Warum?« begann

IX.11.1 Fragen über Fragen

Kinder sind von Natur aus neugierig. Ihre Neugier treibt sie dazu, Dinge zu hinterfragen und bringt uns Erwachsene bisweilen an unsere Grenzen. Ehrlich besehen macht sie das zu besten Wissenschaftlerinnen und Wissenschaftlern: Nichts wird einfach akzeptiert, immer steht ein »Warum?« im Raum. Das bringt uns zwar gelegentlich in Erklärungsnot, sollte aber gerade deshalb auch für uns Anlass sein, die Welt immer wieder neu zu hinterfragen.

Und viele von uns kennen es nur zu gut: Kinder fragen unermüdlich nach dem »Warum«. Als Erwachsene möchten wir auf jede dieser Fragen eine plausible Antwort geben. Doch auf jede noch so gescheite Antwort folgt oft umgehend das nächste »Warum?«. Das Frage-Antwort-Spiel schiebt die Erklärungsebene immer eine Stufe tiefer. Selbst wenn wir theoretisch die Geduld hätten, es unendlich fortzusetzen, erreichen wir irgendwann zwangsläufig einen Punkt, an dem uns nicht nur kein »Darum!« mehr einfällt. Vielmehr verliert das Fragewort selbst seinen Boden.

Im FBA lässt sich dieser Grenzpunkt benennen, ohne ihn zu mystifizieren. Wir haben ihn als Beschreibungsschranke eingeführt: das *Nullzeitfeld* (NZF) – ein Name für die Lage, in der noch keine realisierten Unterschiede vorliegen (Kapitel IX.10). Ein kausalitätsimplizierendes »Warum?« trägt dort nicht, weil es kein operatives »Davor« gibt. Kausalität ist nicht verletzt, sie ist schlicht noch nicht konstituiert.

IX.11.2 F_1: Die Geburt des »Warum«

Erst am Übergang von maximaler Homogenität zu einem davon unterscheidbaren Zustand geschieht das schlicht Mögliche: eine erste, minimale Differenz wird real. Wir nennen den ersten unterscheidbaren Zustand, den ersten Frame im unendlich langen Film der Zeit F_1.

Mit F_1 werden Register, Zeiger und Kausalbezüge überhaupt erst möglich. Kurz: eine Ordnung, in der etwas auf etwas anderes folgen kann. Erst ab hier hat es Sinn, Gründe zu suchen, Gesetze zu formulieren und die Leitplanken zu prüfen, die wir im formalen Aufbau als Front, Budget und Irreversibilität fixiert haben (Kapitel IX.3 und IX.4). Vor F_1 fragen wir nach *Bedingungen der Möglichkeit.* Ab F_1 fragen wir nach *Ursachen, Dynamik und Konsequenzen.*

In diesem Sinn ist F_1 die Geburt des »Warum«: Der Punkt, an dem das Frage-Antwort-Spiel letztmals eine Stufe tiefer getrieben werden kann. Weiter zurück reicht Kausalität nicht, weil der Begriff des »Zurück« seinen Träger verliert.

IX.11.3 Wie man trotzdem gute Fragen stellt

Bevor wir weiter endlos »Warum?« fragen, sollten wir prüfen, *wo* dieses Wort überhaupt tragen kann. Solange noch kein Unterschied real ist, fehlt der Boden unter der Frage. Erst mit F_1 wird er gegossen. Darum hilft es, die eigene Neugier in drei Sprechweisen zu sortieren:

Vor F_1 - Bedingungen statt Gründe. Nicht nach Ursachen fragen, sondern nach Bedingungen der Möglichkeit. Die passende Tonlage lautet: »Unter welcher Bedingung ist X überhaupt definierbar?« Zeit braucht stabile Zeiger, Ort braucht unterscheidbare Lagen, Kausalität braucht eine Abfolge. Ohne diese Bausteine ist »Warum?« nur ein leeres Echo.

Am Übergang - Zulässigkeit der ersten Differenz. Hier interessiert nicht »Wer hat das verursacht?«, sondern: »Was macht eine erste Differenz zulässig?« Es zählen die konstitutiven Leitplanken: endliche Kausalfront (keine Signale schneller als c), geschlossene Budgets (keine Lecks in der Bilanz) und *Append-only* (Realisiertes wird nicht rückgebucht). Wird das erfüllt, darf die Abfolge beginnen (Formelkasten IX.10.1).

Ab F_1 - das Zuhause der Warum-Fragen. Nun sind klassische Warum- und Wodurch-Fragen sinnvoll. Wir sprechen über Gesetze, Anfangsdaten und Zustandsgleichungen und in FBA-Sprache über Budgets, Monotonien und Zugriffsschnitte, die die Entwicklung binden. Kurz: Erst hier hat die Frage nach Gründen ein Zuhause.

IX.11.4 Zwei Übersetzungen von Warum-Reflexen

Man kann diese Unterscheidung im Alltag sofort anwenden, indem man typische Reflexfragen umformuliert.

Erstens: »Warum existierte das NZF?« – treffender ist: »Warum ist NZF die richtige Beschreibung, solange kein Unterschied real ist?« Weil jede zusätzliche Vorstruktur unbegründete Information wäre. Ohne Unterschiede ist nichts ausgezeichnet und damit auch nichts sinnvoll bevorzugt.

Zweitens: »Warum begann die Expansion?« – sachgerecht wird es so: »Welche Innenbilanz, welche Skalenentwicklung $a(t)$ und welche Taktung $\chi(t)$ beschreiben nach F_1 die beobachtete Kinematik?« Im Standardvokabular wird eine beschleunigte Expansion oft als dunkle Energie oder $w \approx -1$ codiert. Im TDI-Vokabular ist die Leitfrage stattdessen, wie sich Geometrie (Distanzkanal) und Zeitablesung (Zeitkanäle) konsistent zusammenfügen (Kapitel IX.5, IX.7 und IX.8).

IX.11.5 Bleibt noch die Frage nach der Einmaligkeit

Wenn es um unsere Einmaligkeit oder Einzigartigkeit geht, lagen wir Menschen in der Vergangenheit oft schwer daneben. Gerade deshalb sollten wir die folgenden Fragen nicht nur stellen, sondern sauber sortieren und aus FBA-Sicht beantworten.

Leitfragen

- Darf man erwarten, dass das NZF eine einmalige Angelegenheit war?
- Könnte es mehrere NZF-Zustände gegeben haben, aktuell noch geben oder künftig geben?
- Sind verschiedene Ausgangspunkte im Sinne einer Viele-Welten-Theorie denkbar?
- Existiert das NZF vielleicht weiterhin als eine Art »Außen« und speist möglicherweise Dynamik?
- Kann unser Universum NZF-ähnliche Bedingungen erzeugen, etwa im Inneren schwarzer Löcher?

Antworten im Lichte des FBA

Q1: Ist das NZF einmalig? Kurzantwort (im Rahmen der operativen Definition): Ja. Das NZF ist keine Sache *in* der Zeit, sondern die logische Nullmarke »keine realisierte Differenz«. Mit der ersten Minimaldifferenz (F_1) beginnen Abfolge und Kausalität überhaupt erst (Formelkasten IX.10.1). Ein späteres Wiederauftreten wäre ein Reset bereits gebuchter Unterschiede und widerspräche der irreversiblen Buchführung, die im formalen Rahmen als No-Recovery und Monotonie fixiert ist.[12] [13]

Q2: Mehrere NZF-Starts als Viele-Welten-Startpunkte? Kurzantwort: Nein – nicht als multiple globale Resets. Was in manchen Deutungen wie »Zweige« wirkt, lässt sich im FBA eher als dekoherenz-getrennte Record-Sektoren *einer* Welt lesen: praktisch unzugänglich, aber nicht als zweite Ontologien. Mehrere NZF-Starts wären multiple globale Rücksetzungen und stünden gegen die Append-only-Logik der irreversiblen Buchführung.

Q3: NZF als »Außen« mit Zufluss neuer Dynamik? Kurzantwort: Nein. Das NZF ist kein Medium, kein Reservoir und kein Außen. »Einspeisen« setzt bereits eine kausale Relation voraus. Genau diese Relation ist vor F_1 nicht definiert, weil es kein operatives »Davor« gibt. Die Frage nach kosmischer Dynamik ist daher eine Innenfrage der Abfolge nach F_1, also eine Frage nach Geometrie und Budgetflüssen im Rahmen der kalibrierten Beschreibung (Kapitel IX.3 und IX.4).

Q4: Treibt das NZF die beschleunigte Expansion? Kurzantwort: Nein. In der Standardkosmologie würde man Beschleunigung über eine Feldgleichungsdynamik und effektive Zustände diskutieren. Im TDI-Rahmen liegt der entscheidende Hebel anders: Die beobachtbaren Verschiebungen entstehen in Zeitkanälen über $\chi = d\tau_{\text{geo}}/dt$, während die Distanzkinematik formal FRW bleibt (Kapitel IX.5, IX.7 und IX.8). Ein NZF-»Motor« wäre eine zusätzliche Annahme ohne operative Rolle.

Q5: NZF-ähnliche Bedingungen im Universum (z. B. in schwarzen Löchern)? Kurzantwort (im selben Sinn von „NZF“): Nein. Schwarze Löcher sind nicht NZF-artig, sondern extreme, hochgradig record-tragende Konfigurationen. Ihre Horizontphysik ist gerade dadurch ausgezeichnet, dass sie viele Zustände in einer geometrischen Größe bündelt. Ein »lokales NZF« im Inneren würde bereits realisierte Unterschiede löschen und damit die Append-only-Logik brechen. Selbst hypothetische, kausal entkoppelte Domänen wären allenfalls neue Domänen der Abfolge – aber keine NZF/F_1-Neustarts.

---

[12] Siehe FBA Teil I: FBA - Grundlagen, Kap. I.5 „DPI-Pfeil & No-Recovery“.

[13] Siehe FBA Teil VIII: Klassischer Limes, Thermodynamik & Altern, Kap. VIII.6–VIII.8 „Spohn-Monotonie, Entropieproduktion & Altern“.

Merksatz (stichpunktartig)

- NZF markiert die Bedingung, unter der »Warum«-Fragen Sinn haben (Formelkasten IX.10.1).
- NZF ist einmalig und global, weil ein Reset die irreversiblen Records brechen würde (Append-only).
- Vielfalt = dekoherenz-getrennte Sektoren innerhalb einer Welt, nicht multiple NZF-Neustarts.
- Expansion und Dynamik = Innenphysik unter Front, Budgets und Irreversibilität, testbar über Zeitkanäle (Kapitel IX.7).

IX.11.6 Coda: »Also doch Raum für Gott?«

Unser Rahmen beschreibt das Wie ab F_1. Der Blick vor F_1 lässt kein weiteres »Warum« zu, weil er kein operatives »Davor« kennt. Wer sich mit der Aussage »Im NZF gibt es kein Warum, weil es kein Davor gibt« nicht begnügen mag und dennoch einen Grund für die Existenz des Ursprungszustands sucht, verlässt den Bereich der Physik und betritt Philosophie oder Glaube. Aber auch dort lässt sich ordnen, ohne die Physik zu verbiegen:

- *Metapher oder Urgrund:* Die Minimalität des NZF wird als »Sinn« oder »Grund« gelesen. Das ist kompatibel, erzeugt aber keine neuen Vorhersagen.
- *Gesetzgeber (deistisch):* Die Leitplanken seien »gesetzt«. Für die Physik irrelevant, solange keine Zusatzfolgen behauptet werden.
- *Akteur (interventionistisch):* Nur sinnvoll mit empirischen Signaturen. Bricht eine Intervention Front, Budget oder Append-only, ist sie unvereinbar. Respektiert sie alles, bleibt sie praktisch ununterscheidbar von seltenen natürlichen Prozessen.

Kurzfazit. Es gibt Raum für Deutung, aber keine aus dem FBA abgeleitete Notwendigkeit.

IX.12 Anhang: Überblick über die FBA-Reihe (Teile I–X)

Klick auf den Titel zum Download des PDF

1. ***Teil I*: FBA-Grundlagen: Abfolge, Budget, Eigenzeit & Pfeile.** *Ziel:* Basisschicht bereitstellen: Abfolge, Budget, Eigenzeit/Alterung, Front und operativer Zeitpfeil (DPI); Minkowski-Limes aus der Budget-Quadrik; zulässige Dynamik und Lokalität/No-Signalling. *Import:* – (Referenz für alle Folgeteile). *Erweiterung:* Schnittstellenverträge, Pass/Fail-Checklisten, Lesefaden.
2. ***Teil II*: Zeit, Eigenzeit & Minkowski-Geometrie.** *Ziel:* Eigenzeit/Quadrik operativ fassen und Geodäten ableiten. *Import:* Grundlagen (Abfolge, Budget, Eigenzeit, Front/DPI). *Erweiterung:* glatter Limes, Variationsprinzip auf Weltlinien, Kalibration κ_τ.
3. ***Teil III*: Quantenkinematik & CPTP-Kanäle.** *Ziel:* Zustandsräume und Kanäle (CPTP) samt Komposition. *Import:* Grundlagen (Budget, Kanalsicht, Komposition). *Erweiterung:* konkrete Divergenzen/Kostenfunktoren $\mathcal{C}$, Messungen und Klassik-Register.
4. ***Teil IV*: Dynamik, Messung & GKLS (offene Systeme).** *Ziel:* Kontinuierliche offene Dynamik (GKLS) und operativer Zeitpfeil. *Import:* Kanäle/DPI. *Erweiterung:* Spohn-Monotonie, stationäre/NESS-Referenzen, Flüsse $b^{\mathrm{rev}}, b^{\mathrm{irr}}, b^{\mathrm{ext}}$.
5. ***Teil V*: Raumzeit, Lichtkegel & lokale Feldtheorie.** *Ziel:* Lokale Feldgleichungen unter Front/Lokalität. *Import:* Front, Komposition, No-Signalling. *Erweiterung:* lokale GKLS-Generatoren, Lieb–Robinson-artige Schranken, effektive Lichtkegel.
6. ***Teil VI*: Gravitation & Geometrie aus Budgetflüssen.** *Ziel:* Geometrisierung von Budgetflüssen. *Import:* Budget-Quadrik/Eigenzeit. *Erweiterung:* effektive Metriken aus Kalibrationen (κ_t, κ_x) und internen Spannungen; Kopplung an Krümmung.
7. ***Teil VII*: Konstanten, Skalen & Renormierung.** *Ziel:* Skalenführung der Kalibrationssätze. *Import:* $c = \kappa_t/\kappa_x$, κ_τ. *Erweiterung:* Flow-Gleichungen für $\kappa_t, \kappa_x, \kappa_\tau$; Stabilität von c.
8. ***Teil VIII*: Klassischer Limes, Thermodynamik & Altern.** *Ziel:* Makroskopik aus $A[\gamma]$ (Alterung) und DPI. *Import:* Eigenzeit/Alterung, Spohn. *Erweiterung:* Entropieproduktion, Euler–Lagrange-Formen für irreversible Flüsse, effektive Transportgleichungen.
9. ***Teil IX*: Kosmische Dynamik, Time Dilation & Inflation (TDI).** *Ziel:* Kosmische Abfolge & Kalibrationsfluss. *Import:* Budget, Eigenzeit/Front. *Erweiterung:* Budgetgleichungen auf großskaligen Slices; Time-Dilation-Inflation als Kalibrationsdynamik.
10. ***Teil X*: Vorhersagen, Falsifizierbarkeit & Brücke FBA $\to$ QM $\leftrightarrow$ ART.** *Ziel:* Testbare Differenzen und Brücken FBA $\leftrightarrow$ QM/ART. *Import:* alle Grundlagenbausteine. *Erweiterung:* Protokolle, Grenzfalltests, überbestimmte Konsistenzrelationen (Pass/Fail).

Alle Teile der FBA-Reihe sind in deutscher und englischer Sprache verfügbar unter

https://www.frame-budget-approach.eu

Literatur

[1] D. W. Hogg. „Distance Measures in Cosmology“. In: (1999). arXiv:astro-ph/9905116. arXiv: astro-ph/9905116 [astro-ph].

[2] R. Jimenez und A. Loeb. „Constraining Cosmological Parameters Based on Relative Galaxy Ages“. In: *The Astrophysical Journal* 573.1 (2002), S. 37–42. DOI: 10.1086/340549. arXiv: astro-ph/0106145 [astro-ph].

[3] M. Moresco, A. Cimatti, R. Jimenez u. a. „Improved Constraints on the Expansion Rate of the Universe up to $z \sim 1.1$ from the Spectroscopic Evolution of Cosmic Chronometers“. In: *Journal of Cosmology and Astroparticle Physics* 2012.08 (2012), S. 006. DOI: 10.1088/1475-7516/2012/08/006. arXiv: 1201.3609 [astro-ph.CO].

[4] A. Sandage. „The Change of Redshift and Apparent Luminosity of Galaxies Due to the Deceleration of Selected Expanding Universes“. In: *The Astrophysical Journal* 136 (1962), S. 319–333. DOI: 10.1086/147463.

[5] A. Loeb. „Direct Measurement of Cosmological Parameters from the Cosmic Deceleration of Extragalactic Objects“. In: *The Astrophysical Journal* 499.2 (1998), S. L111–L114. DOI: 10.1086/311364. arXiv: astro-ph/9802122 [astro-ph].

[6] B. Leibundgut. „Time Dilation in the Light Curve of the Distant Type Ia Supernova SN 1995K“. In: *The Astrophysical Journal* 466 (1996), S. L21–L24. arXiv: astro-ph/9605134 [astro-ph].

[7] G. Goldhaber, D. E. Groom, A. Kim u. a. „Timescale Stretch Parameterization of Type Ia Supernova B-Band Light Curves“. In: *The Astrophysical Journal* 558 (2001), S. 359–368. DOI: 10.1086/322460. arXiv: astro-ph/0104382 [astro-ph].

[8] I. M. H. Etherington. „On the Definition of Distance in General Relativity“. In: *The London, Edinburgh, and Dublin Philosophical Magazine and Journal of Science*. 7. Ser. 15 (1933), S. 761–773. DOI: 10.1080/14786443309462220.