Der Frame–Budget–Ansatz (FBA)

Wie Zeit, Dynamik und Geometrie aus Budgetflüssen entstehen

Eine operative Brücke zwischen Quantenmechanik und Allgemeiner Relativitätstheorie

Teil VII: Konstanten, Skalen & Renormierung

Dipl. Wirt.-Inf. Jens Tetzner

21. Januar 2026

Inhaltsverzeichnis

Teil VII
Konstanten, Skalen & Renormierung

VII.1 Einleitung & Zielbild

VII.1.1 Motivation und Zielsetzung

In den vorangehenden Teilen[1] wurde bereits sichtbar, dass zentrale Größen wie c nicht als metaphysische Konstanten benötigt werden, sondern als *Kalibrationsresultate* aus operativen Protokollen auftreten: Fronten fixieren eine maximale Ausbreitungsrate, Eigenzeit entsteht als integrierter interner Budgetanteil, und effektive Gravitation koppelt im geeigneten Limes an eine kalibrierte Stärke.[2] [3] Nimmt man diese Perspektive ernst, ist die nächste naheliegende Frage nicht mehr, *welche* Konstanten es gibt, sondern *wie* Normierungen stabil bleiben, wie zwischen Beschreibungsregimen vermittelt wird und welcher Skalenbegriff dabei überhaupt gemeint ist.

Zielbild. Wir führen die fundamentalen Konstanten c, $\hbar$ und G im FBA als *Regime-Kalibrationen* auf wenige operative Kalibrationsprotokolle (Zeit-, Raum- und Eigenzeit-Normierung) zurück. *Fixiert* man diese Protokolle, dann sind c und $\hbar$ in diesem Sinne metrologisch stabil; skalenabhängig sind (falls überhaupt) nur die *aus einer effektiven Beschreibung extrahierten* Parameter und Kopplungen (typischerweise in dimensionslosen Kombinationen). Der in dieser Abhandlung verwendete Skalenparameter bezeichnet daher *Auflösung/Coarse-Graining* (RG-Skala) und *nicht* eine zeitliche Drift entlang einer Weltlinie. Die zentrale Aufgabe dieser Abhandlung ist deshalb:

- die Konstanten *operativ* als abgeleitete Normierungs- und Konversionsgrößen aus Budgetkalkül und Kalibrationsprotokollen zu rekonstruieren (d.h. als Zuordnungen/Normierungen, nicht als Vorhersage ihrer SI-Zahlenwerte),
- einen präzisen Begriff von Skalenfluss im FBA zu formulieren,
- und daraus testbare, scheme-robuste Parameterbindungen zwischen Skalen abzuleiten.

VII.1.2 Relevanz der Konstanten im FBA

In Standarddarstellungen erscheinen c, $\hbar$ und G als feste Eingaben. Im FBA ist der konzeptionelle Status anders: Konstanten markieren, *wie* wir operative Größen vergleichen und normieren, nicht *was* die Welt fundamental ist. Genau deshalb sind sie für die innere Konsistenz der Reihe so zentral:

- c **als Front-Kalibration:** c ist die Normierung der schnellsten zulässigen Signalfronten und damit die Brücke zwischen “Zeitkalibration” und “Raumkalibration”.[4]

[1] Ein Überblick über alle Teile der FBA-Abhandlung inklusive Downloadlinks findet sich in Kapitel VII.7 dieses Dokuments.

[2] Siehe FBA Teil I: FBA - Grundlagen, Kap. I.3–I.4 (Kalibration, Front, Eigenzeit).

[3] Siehe FBA Teil VI: Gravitation & Geometrie aus Budgetflüssen, Kap. VI.3–VI.6 (Proxy-Metrik, Kopplung, Tests).

[4] Siehe FBA Teil I: FBA - Grundlagen, Kap. I.3 (Front, Signalfront, Kalibration).

- **$\hbar$ als Quanten-Normierung:** $\hbar$ tritt dort auf, wo die Kanal- und Zustandsbeschreibung eine feste Umrechnung zwischen Generator-/Phasennormierung und operativen Kosten-/Budgetskalen benötigt.[5] [6]
- **G als Gravitation-Kopplung:** G ist im FBA die effektive Kopplung, die die Geometrisierung von Budgetinhomogenitäten mit beobachtbaren Gravitationsphänomenen verbindet.[7]

Damit wird auch klar, warum Renormierung hier kein Zusatzthema ist: Sobald Konstanten Normierungen sind, ist die Frage nach Stabilität unter Coarse-Graining und Regimewechseln unvermeidlich. Skalenfluss ist im FBA daher primär *Kalibrations- und Kopplungsfluss* in effektiven Beschreibungen (bei festem operativem Protokoll).

VII.1.3 Logikpfad der Abhandlung

Der Aufbau ist so gewählt, dass zuerst die operativen Fixierungen der Normierung stehen und erst danach über Läufe, Fixpunkte und Bindungen gesprochen wird. Andernfalls würde Renormierung wie ein formaler Zusatz wirken, statt als Konsequenz der FBA-Lesart von Konstanten und zulässiger Verarbeitung:

- **Kapitel VII.1 - Einleitung & Zielbild:** Wir setzen das Zielbild und markieren die zentrale Trennlinie dieser Abhandlung: metrologische Kalibrationen (als Protokolle) müssen stabil sein, während effektive Kopplungen nur im Rahmen zulässiger Vergröberung skalenabhängig sein dürfen. Das ist die Voraussetzung dafür, dass "Skalenabhängigkeit" später nicht mit Einheitenwahl oder zeitlicher Drift verwechselt wird.
- **Kapitel VII.2 - Vorangestellte Grundlagen & Konventionen - Import:** Wir fixieren die minimalen FBA-Bausteine, die jede Skalenfrage voraussetzt (Bilanz, Kalibration, Eigenzeit, zulässige Dynamik, Lokalität). Das ist notwendig, weil ein Skalenfluss nur dann physikalisch interpretierbar ist, wenn er auf invarianten Protokollen und zulässigen Operationen beruht.
- **Kapitel VII.3 - Konstanten und Normierungsparameter im FBA:** Wir rekonstruieren c, $\hbar$ und G als kalibrierte Konversions- bzw. Kopplungsfaktoren. Dieser Schritt macht explizit, welche Größen als metrologische Anker fungieren (und daher bei festem Protokoll nicht renormiert werden) und welche Größe als Kopplung an Regime und Skalen gebunden ist.
- **Kapitel VII.4 - Renormierungsgruppen und Skalenfluss im FBA:** Auf dieser Basis wird Renormierung als zulässige CPTP-Vergröberung formuliert. Dadurch werden Monotonien (DPI/Spohn) und Fixpunktbegriffe automatisch zu Strukturfolgen, und es wird präzise, welche Aussagen scheme-robust sind. Insbesondere wird hier begründet, warum c und $\hbar$ bei festem Kalibrationsprotokoll nicht "mitlaufen", während effektive Kopplungen wie G_{eff} (bzw. dimensionslose Kombinationen davon) nur innerhalb von Budget- und Kausal-Constraints skalenabhängig sein können.
- **Kapitel VII.5 - Vorhersagen und Testbarkeit:** Aus Invarianten, Monotonien und Fixpunktnähe folgen konkrete, messbare Parameterbindungen. Dieser Schritt ist der

[5] Siehe FBA Teil III: Quantenkinematik & CPTP-Kanäle, Kap. III.3–III.6 (CPTP-Kanäle, Kinematik).
[6] Siehe FBA Teil IV: Dynamik & Messung (GKLS), Kap. IV.3–IV.7 (Dynamik, Messung, GKLS).
[7] Siehe FBA Teil VI: Gravitation & Geometrie aus Budgetflüssen, Kap. VI.4–VI.6.

Übergang von Struktur zu Falsifizierbarkeit: Die Theorie liefert Pass/Fail-Kriterien und Schrankenfenster.

- **Kapitel VII.6 - Fazit und Ausblick:** Abschließend verdichten wir die Ableitungskette zu einer kompakten Entscheidungslogik und markieren die nächsten notwendigen Bausteine in der Reihe, damit Skalenfragen nicht isoliert bleiben, sondern konsistent in Feldtheorie- und Gravitationstests eingebettet werden.

VII.1.4 Ausblick und Relevanz für weitere Arbeiten

Teil VII ist die Skalen-Schicht der Reihe: Er klärt, wie die in anderen Teilen verwendeten Normierungen konsistent zusammenhängen, wenn man zwischen Mikro- und Makroregimen wechselt. Dadurch werden später zwei Dinge möglich:

- In der Kosmologie kann eine großskalige Kalibrationsdynamik als eigener Freiheitsgrad sauber von lokaler Physik getrennt werden.[8]
- In der Brücken- und Testabhandlung können Pass/Fail-Kriterien so formuliert werden, dass sie nicht an willkürlichen Einheiten hängen, sondern an stabilen Parameterbindungen zwischen Skalen.[9]

VII.1.5 Scope und Abgrenzung

Diese Abhandlung führt keine neue Physik "jenseits des FBA" ein. Insbesondere:

- Wir postulieren keine fundamentale Zeitvariation von c, $\hbar$ oder G. Skalenabhängigkeit meint hier Regimeabhängigkeit unter Änderung der Auflösung (RG-Skala) und betrifft physikalisch belastbar vor allem dimensionslose Effektivparameter; sie ist nicht mit einer zeitlichen Drift entlang einer Weltlinie zu verwechseln.
- Wir liefern keine eigenständige Quantengravitationstheorie. Die Aufgabe ist die saubere Skalenführung der Normierungen, die in den Quanten- und Gravitationsteilen bereits operativ verwendet werden.[10] [11]
- Kosmologische Großskalendynamik wird nur dort referenziert, wo sie als Konsistenzcheck für Skalenfluss benötigt wird; die detaillierte Dynamik gehört in Teil IX.[12]

[8] Siehe FBA Teil IX: Kosmische Dynamik, Time Dilation & Inflation (TDI), Kap. IX.2–IX.7.

[9] Siehe FBA Teil X: Vorhersagen, Falsifizierbarkeit & Brücke FBA $\rightarrow$ QM $\leftrightarrow$ ART, Kap. X.4–X.8.

[10] Siehe FBA Teil III: Quantenkinematik & CPTP-Kanäle, Kap. III.3–III.6.

[11] Siehe FBA Teil VI: Gravitation & Geometrie aus Budgetflüssen, Kap. VI.3–VI.6.

[12] Siehe FBA Teil IX: Kosmische Dynamik, Time Dilation & Inflation (TDI), Kap. IX.3–IX.7.

VII.2 Vorangestellte Grundlagen & Konventionen (Import aus Teil I: FBA - Grundlagen)

Warum dieser Import hier besonders wichtig ist. In Teil VII geht es nicht nur um die Verwendung der Konstanten c, $\hbar$ und G, sondern um ihren Status als *Normierungen*. Damit die späteren Aussagen wie "c ist ein Kalibrationsresultat" oder "Kopplungen laufen mit der Skala" nicht zu Konventionsfragen werden, müssen die operativen Fixpunkte der Theorie bereits feststehen: Bilanz, Abfolge, Minimalereignisse, Frontkalibration, Eigenzeit und die zulässige Dynamik. Genau diese Fixpunkte werden unverändert aus Teil I übernommen.[13]

Da Teil VII im Prinzip auf dem gesamten Teil I aufsetzt, ist es für den Lesepfad entscheidend, die Bausteine zu markieren, die in den folgenden Kapiteln direkt als *Kalibrationsanker* und als *Skaleninvarianten* auftreten. Die Liste ist also kein neues Fundament, sondern eine Klarstellung, welche Werkzeuge später die Normierungsargumente tragen.

[13] Siehe FBA Teil I: FBA - Grundlagen, Kap. I.2–I.6 (Abfolge/ME, Bilanz, Front, Eigenzeit, zulässige Dynamik, Lokalität).

Importierte Bausteine (unverändert)

Wir übernehmen die folgenden Bausteine *ohne* Neudefinition aus Teil I (FBA - Grundlagen).

- **Abfolge globaler Zustände & Minimalereignisse:** Teil I (FBA - Grundlagen), Kap. I.2: „Globale Zustände, Frame-Folge und Minimalereignis (ME)“ sowie „Koaktualität und Refinement-Invarianz“.
- **Differenzfunktion & operative Minimaldifferenz:** Teil I (FBA - Grundlagen), Kap. I.2 (Box): „Differenzfunktion & operative Minimaldifferenz“.
- **Budget-Kalkül (intern/extern/irreversibel) & Bilanz:** Teil I (FBA - Grundlagen), Kap. I.3: „Ein-Schritt-Budget & Zerlegung“, (Formelkasten) „Bilanzgleichungen“ sowie (Lemma) „Refinement-Invarianz der Bilanz“.
- **Externe Kalibration & Front:** Teil I (FBA - Grundlagen), Kap. I.3: (Definition) „Kalibration und Frontkosten“, (Lemma) „Frontschranke“, (Korollar) „Signalfront“.
- **Eigenzeit & Altern, Minkowski-Limes:** Teil I (FBA - Grundlagen), Kap. I.4: (Definition) „Eigenzeit (proper time)“, (Formelkasten) „Eigenschaften der Eigenzeit“, (Definition) „Alterung (irreversibel)“, (Formelkasten) „Minkowski-Limes & Quadrik“, (Lemma) „Zeitdilatation“.
- **Zulässige Dynamik (CPTP/GKLS), DPI/Spohn:** Teil I (FBA - Grundlagen), Kap. I.5: (Definition) „Admissible Channels (CPTP)“, (Formel) „Kraus/Stinespring“, (Lemma) „Messung als CPTP“, (Definition) „GKLS-Generatoren (offene Systeme)“, (Formel) „Spohn-Monotonie“, (Lemma) „Semigroup–Budget“, (Definition/Korollar) „DPI-Pfeil & No-Recovery“.
- **Komposition, Lokalität & No-Signalling:** Teil I (FBA - Grundlagen), Kap. I.6: (Definition) „Symmetrisch-monoidale Struktur“, (Formel) „Budget-Additivität“, (Lemma) „No-Wire-Inflation & lokale Operationen“, (Korollar) „Kausalkegel & lokale GKLS“.

Auf dieser Basis können wir in den folgenden Kapiteln Konstanten als Normierungen diskutieren, ohne stillschweigend Einheitenwechsel oder Konventionsverschiebungen mitzuschleppen. Was dabei als nächstes gebraucht wird, ist eine Notation, die Diskret und Kontinuum sauber trennt und zugleich Dimensionsfragen transparent hält, denn gerade Skalenfluss ist sonst schwer von reiner Umparametrisierung zu unterscheiden.

Notation & Konventionen

- **Diskret vs. Kontinuum:** Schrittindex $n \in \mathbb{N}$ für aufeinanderfolgende Frames; $\Delta(\cdot)$ für diskrete Inkremente, $d(\cdot)$ für differentielle Größen im Limes.
- **Budget-Zerlegung:** Pro Schritt δb_{int}, δb_{ext}, δb_{irr} (intern/extern/irreversibel) mit

$$\delta b_{\text{int}} = \delta b_{\text{rev}} + \delta b_{\text{irr}}, \qquad \delta b_{\text{irr}} \geq 0,$$

  sowie Pfadsummen $\sum \delta(\cdot)$ bzw. $\int d(\cdot)$. *Hinweis:* δb bezeichnet dasselbe Budgetkonto wie ΔB in Teil I; die Kleinschreibung ist hier nur eine Notationswahl.[a]
- **Eigenzeit & Altern (Kalibration transparent halten):** Eigenzeit entsteht aus dem internen Budget entlang einer Weltlinie γ, wird aber als *Zeitmaß* erst nach Kalibration gelesen. Wir notieren daher im Kontinuumslimes

$$d\tau_{\text{geo}} := \alpha_\tau \, db_{\text{rev}}, \qquad dA := \alpha_\tau \, db_{\text{irr}} \geq 0, \qquad d\tau_{\text{tot}} = d\tau_{\text{geo}} + dA = \alpha_\tau \, db_{\text{int}}.$$

  Die Zeitkalibration α_τ (äquivalent zu $1/\kappa_\tau$) wird in den späteren Kalibrations-/Dimensionsboxen dieses Teils explizit fixiert; hier dient sie als Guardrail gegen „stille Einheiten".[b]
- **Kalibration (Front):** c ist die *Kalibrationskonstante* der schnellsten zulässigen Fronten (nicht postuliert, sondern metrologisch fixiert). Operativ ist dies an $\kappa_t, \kappa_x > 0$ gebunden, so dass $c := \kappa_t/\kappa_x$ die Frontschranke normiert.[c]
- **Raumzeit-Sprache (flach, kinematisch):** Vierervektor $x^\mu = (x^0, x^1, x^2, x^3) = (ct, x, y, z)$; Minkowski-Signatur $\eta = \text{diag}(-1, 1, 1, 1)$, so dass

$$\eta_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu = -c^2 dt^2 + dx^2 + dy^2 + dz^2.$$

  Lichtkegel durch $\eta_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu = 0$.[d]
- **Weltlinien & Pfade:** γ bezeichnet eine Weltlinie eines Systems durch die Frame-Abfolge; Konkatenation $\Gamma = \Gamma_1 \circ \Gamma_2$; Additivität aller integrierten Budgets entlang Γ.[e]
- **Komposition/Lokalität:** Parallele Komposition $\otimes$; serielle Komposition $\circ$. Lokale CPTP-Operationen respektieren No-Signalling und Budget-Additivität.[f]
- **Zeichenkonventionen:** Vektornormen $\|\cdot\|$; euklidische Skalarprodukte „$\cdot$" im Raum; c explizit (keine c=1-Einheiten in dieser Abhandlung). Erwartungswerte $\mathbb{E}[\cdot]$; Supremum sup.

[a] Siehe FBA Teil I: FBA - Grundlagen, Kap. I.3 (Budgetkonten, Bilanznotation).
[b] Siehe FBA Teil I: FBA - Grundlagen, Kap. I.4 (Eigenzeit, Alterung, Kalibration).
[c] Siehe FBA Teil I: FBA - Grundlagen, Kap. I.3 (Frontkosten, Kalibration, Signalfront).
[d] Siehe FBA Teil I: FBA - Grundlagen, Kap. I.4 (Minkowski-Limes, Quadrik, Lichtkegel).
[e] Siehe FBA Teil I: FBA - Grundlagen, Kap. I.4 (Weltlinien/Pfade im Limes, Additivität).
[f] Siehe FBA Teil I: FBA - Grundlagen, Kap. I.6 (Komposition, Lokalität, No-Signalling).

Diese Konventionen sind in Teil VII nicht nur Formalia: Sie stellen sicher, dass ein späterer "Skalenfluss" von c, $\hbar$ oder G als Aussage über Kalibrationssätze und Coarse-Graining gelesen werden kann und nicht als Artefakt einer stillen Einheitensetzung.

VII.3 Konstanten und Normierungsparameter im FBA

Die Rolle fundamentaler Konstanten klären wir im FBA als *Kalibrations- und Kopplungsparameter* zwischen (i) Abfolge- und Budgetgrößen und (ii) beobachteten Messskalen. Drei Konstanten stehen im Zentrum: die Frontkalibration c, das Wirkungsquantum $\hbar$ als Phasen- und Wirkungs-Kalibrator und die gravitative Kopplung G als Geometrie- und Budget-Kalibrator.[14] [15] Wir beginnen mit einer dimensionalen Einordnung, weil sonst unklar bleibt, ob ein scheinbarer "Konstantenlauf" physikalisch oder nur eine Umparametrisierung ist. Erst danach formulieren wir die operativen Kalibrationsprotokolle und die strukturelle Herkunft der Konstanten.

VII.3.1 Dimensionen, Budgets und Messskalen

Budgets sind primär Buchhaltungsgrößen der Abfolge. Damit sie zu Messgrößen werden, braucht es Protokolle, die Budgetinkremente in Zeit-, Längen- und Phasenmaße übersetzen. Genau hier sitzen c und $\hbar$: nicht als "Naturpostulate", sondern als Fixierungen von Umrechnungen, die in allen zulässigen Darstellungen konsistent bleiben müssen. Die folgende Box macht diese Übersetzungsstellen sichtbar, damit spätere Aussagen über Skalenfluss nicht versehentlich an stillen Einheitensetzungen hängen.

[14] Siehe FBA Teil I: FBA - Grundlagen, Kap. I.3–I.4 (Frontkalibration, Eigenzeit).

[15] Siehe FBA Teil VI: Gravitation & Geometrie aus Budgetflüssen, Kap. VI.4 (effektive gravitative Kopplung im Kontinuumslimes).

Formelkasten VII.3.1.1: Dimensionsschema der FBA-Kalibrationen

Die Abfolge liefert *diskrete* Budgetinkremente $\Delta b_{\text{int}}, \Delta b_{\text{ext}}$ pro Schritt sowie einen irreversiblen Anteil $\Delta b_{\text{irr}} \geq 0$. Messskalen entstehen durch *Kalibrationen*:

$$\underbrace{d\tau_{\text{geo}}}_{\text{Zeitmaß (reversibel)}} \equiv \alpha_\tau\, db_{\text{rev}}, \qquad \underbrace{dA}_{\text{Alterung}} \equiv \alpha_\tau\, db_{\text{irr}} \geq 0, \qquad \underbrace{d\tau_{\text{tot}}}_{\text{totale Eigenzeit}} = d\tau_{\text{geo}} + dA = \alpha_\tau\, db_{\text{int}},$$

wobei $db_{\text{rev}} \equiv db_{\text{int}} - db_{\text{irr}}$ den reversiblen Anteil des internen Budgets bezeichnet. Für die externe Kalibration schreiben wir

$$\underbrace{d\ell}_{\text{Längenmaß}} \equiv \alpha_\ell\, db_{\text{ext}}, \qquad \underbrace{d\varphi}_{\text{Phasenmaß}} \equiv \alpha_\varphi\, db_{\text{rev}}.$$

Die Kalibrationen werden (im flachen, kinematischen Minkowski-Limes) so fixiert, dass die Budget-Quadrik in die übliche metrische Form überführt werden kann. In 1+3 schreiben wir $d\ell^2 := dx^2 + dy^2 + dz^2$ und erhalten entlang einer Weltlinie

$$c^2\, d\tau_{\text{geo}}^2 \;=\; c^2\, dt^2 - d\ell^2,$$

wobei t die extern kalibrierte Koordinatenzeit bezeichnet.[a] [b] Für den unitären (reversiblen) Quanten-Sektor wird die Phasenkalibration so fixiert, dass

$$d\varphi = \frac{dS}{\hbar}$$

gilt, wobei S das zugehörige Wirkungs-/Generatorfunktional der effektiven Kontinuumsbeschreibung bezeichnet. Die gravitative Kopplung G kalibriert schließlich den Übergang von Budgetinhomogenität zu effektiver Geometrie im Kontinuumslimes.[c]

[a] Siehe FBA Teil I: FBA - Grundlagen, Kap. I.4 (Budget-Quadrik, Minkowski-Limes).

[b] Siehe FBA Teil V: Raumzeit, Lichtkegel & lokale Feldtheorie, Kap. V.3–V.4 (Raumzeit-/Kausalstruktur).

[c] Siehe FBA Teil VI: Gravitation & Geometrie aus Budgetflüssen, Kap. VI.3–VI.4.

Die Box ist absichtlich "technisch": Sie zeigt, dass Konstanten im FBA genau dort auftauchen, wo eine operative Umrechnung von Budget in Messmaß nötig wird. Damit ist zugleich festgelegt, welche Größen unter Vergröberung überhaupt sinnvoll verglichen werden können.

Anmerkung VII.3.1.1: Lesart

Konstanten erscheinen nicht als postulierte Größen, sondern als Konversionsfaktoren, die (i) Budgets in Messskalen abbilden und (ii) Kopplungen zwischen Sektoren normieren. Diese Lesart macht Kalibrationsprotokolle zentral und bindet Konstanten an operative Verfahren statt an vorausgesetzte Einheiten.

Mit Formelkasten VII.3.1.1 und o. g. Lesart ist der Leitfaden gesetzt: Wir definieren Konstanten dort, wo sonst stille Normierungen passieren würden, und sichern anschließend, dass diese Normierungen unter zulässiger Dynamik und Vergröberung stabil bleiben. Das wird im Folgenden für c, $\hbar$ und G jeweils in derselben Dreischrittform sichtbar: operative Definition, metrologisches Protokoll, Invarianz- oder Kopplungsargument.

VII.3.2 Die Front-Kalibration und die Konstante c

Die externe Kontierung erzeugt Frontkosten und eine Frontschranke. Daraus wird c als metrologisch fixierte Größe der maximalen Signalrate extrahiert: c ist nicht "hineingeschrieben", sondern entsteht aus der Forderung, dass ein Minimal-Signal bei minimalen externen Kosten eine maximale Ausbreitungsrelation definiert.[16] [17] Die nächste Definition fixiert daher nicht "eine Geschwindigkeit", sondern die Sättigungsgrenze eines Kosten- und Unterscheidbarkeitsprotokolls.

Definition VII.3.2.1: Frontkalibration und Signalfront-Grenze

Sei $\mathcal{P}_{\text{front}}$ ein Front-Protokoll, das minimal mögliche externe Budgettrajektorien zur Übertragung eines operativ unterscheidbaren Signals realisiert. Dann existiert eine Konstante $c > 0$, so dass für alle zulässigen Fronten

$$d\ell \leq c\,dt \quad \text{und} \quad d\ell = c\,dt \;\; \Leftrightarrow \;\; \text{Frontsättigung (nullartig).}$$

Die Zahl c ist damit durch die Sättigungsfälle des fixierten Protokolls $\mathcal{P}_{\text{front}}$ operativ bestimmt.

Die Definition ist absichtlich als Existenz- und Protokollaussage formuliert. Damit sie nicht abstrakt bleibt, folgt unmittelbar ein metrologisches Playbook: Es zeigt, wie man die Sättigungsfälle tatsächlich isoliert und wie die Kalibration praktisch an die Grenztrajektorien gebunden wird.

Formelkasten VII.3.2.1: Front-Protokoll (metrologisch)

1. Wähle zwei lokalisierte Träger und ein Minimal-Signal (operativ unterscheidbar).
2. Führe $\mathcal{P}_{\text{front}}$ so aus, dass externe Kosten minimal sind (kein internes Re-Labeling).
3. Fixiere Zeit- und Längennormierung so, dass Sättigungsfälle (Frontsättigung) die Relation $d\ell = c\,dt$ erfüllen.

Für Teil VII ist nun der entscheidende Punkt nicht nur die Existenz von c, sondern die *Robustheit der Schranke*: Unter zulässiger Vergröberung darf keine effektive Beschreibung eine größere Signalrate realisieren als die fundamentale Sättigungsgrenze. Genau deshalb wird diese Stabilität als eigenständiges Lemma formuliert und explizit an DPI/Unterscheidbarkeits-Monotonie gebunden.

[16] Siehe FBA Teil I: FBA - Grundlagen, Kap. I.3 (Frontkosten, Frontschranke, Signalfront).

[17] Siehe FBA Teil II: Zeit, Eigenzeit & Minkowski-Geometrie, Kap. II.5 (Einordnung der c-Invarianz in die Zeit-/Minkowski-Struktur).

Lemma VII.3.2.1: Stabilität der Frontschranke (kein $c_{\mathrm{eff}} > c$)

Unter jedem zulässigen Coarse-Graining (CPTP) der Front-Protokolle kann die aus $\mathcal{P}_{\mathrm{front}}$ operativ extrahierbare maximale Signalrate nicht größer werden. Insbesondere gilt für jede effektive Beschreibung $c_{\mathrm{eff}} \leq c$. Wird c über dasselbe Sättigungsprotokoll $\mathcal{P}_{\mathrm{front}}$ kalibriert, bleibt der so extrahierte Wert unverändert.

Beweisskizze VII.3.2.1: Stabilität der Frontschranke

Ein Coarse-Graining kann operative Unterscheidbarkeit nicht erhöhen (DPI/Monotonie zulässiger Verarbeitung), also auch nicht ein Signal so "vereinfachen", dass es bei kleineren externen Kosten dieselbe Unterscheidbarkeit transportiert. Damit kann keine effektive Beschreibung eine größere Signalrate realisieren als das feinste front-sättigende Protokoll. Komposition und Refinement ändern zwar die Parametrisierung der Schritte, aber nicht die Sättigungsrelation, weil diese gerade als Minimal-Kosten-Grenze definiert ist.

Eine ausführlichere Herleitung der Frontschranke und ihrer Stabilität steht in Teil I und Teil V.[a] [b]

[a]Siehe FBA Teil I: FBA - Grundlagen, Kap. I.3–I.6.

[b]Siehe FBA Teil V: Raumzeit, Lichtkegel & lokale Feldtheorie, Kap. V.4 (Nullkegel-Interpretation der Frontsättigung).

VII.3.3 Das Wirkungsquantum $\hbar$ als Phasen- und Budget-Kalibrator

Interferenz macht Phasen operational zugänglich. Damit wird die Frage zwingend, wie "reversibles internes Budget" in ein Phasenmaß übersetzt wird. $\hbar$ ist die Normierung, die diese Übersetzung stabil hält, so dass Phasenvergleiche unabhängig davon bleiben, auf welcher Auflösung die reversible Dynamik beschrieben wird.[18] Der zentrale Grund, $\hbar$ hier parallel zu c zu behandeln, ist derselbe: Ohne eine kalibrierte, vergröberungsstabile Umrechnung zwischen "Budgetfluss" und "Phase" wäre ein RG-Vergleich von Quantenregimen nicht wohldefiniert.

[18]Siehe FBA Teil III: Quantenkinematik & CPTP-Kanäle, Kap. III.4–III.6 (unitärer Sektor aus CPTP-Strukturen).

Definition VII.3.3.1: Phasen- und Wirkungs-Kalibration $\hbar$

Es existiert $\hbar > 0$ und eine Kalibration α_φ so, dass für jede reversible Kanalentwicklung (unitärer Sektor der CPTP-Dynamik) entlang eines Pfades γ

$$d\varphi \;=\; \alpha_\varphi \, db_{\mathrm{rev}} \;=\; \frac{dS}{\hbar},$$

wobei φ die beobachtbare Interferenzphase und S das zugehörige Wirkungs-/Generatorfunktional der effektiven Kontinuumsbeschreibung bezeichnet. Damit gilt im infinitesimalen Kontinuumslimes die kanonische Parametrisierung des unitären Anteils

$$U(dt) = \exp\!\left(-\frac{i}{\hbar} H \, dt\right),$$

mit einem (effektiven) Generator H.

Auch hier folgt auf die Definition unmittelbar ein Protokoll, weil $\hbar$ nur dann als Normierung taugt, wenn die Messung *genau* den reversiblen Anteil isoliert. Deshalb wird das Frontbudget im Interferenzaufbau explizit gleich gehalten, während nur $\int db_{\mathrm{rev}}$ variiert.

Formelkasten VII.3.3.1: Interferenz-Protokoll (metrologisch)

1. Präpariere zwei Pfade γ_1, γ_2 mit identischem Frontbudget (db_{ext} identisch), aber unterschiedlichem reversiblem $\int db_{\mathrm{rev}}$.
2. Messe die Phasenverschiebung $\Delta\varphi$ der Ausgänge (z. B. Mach-Zehnder, Ramsey).
3. Setze $\hbar$ durch $\Delta\varphi = \Delta S/\hbar$, wobei ΔS aus dem Generator des reversiblen Anteils rekonstruiert wird.

Der letzte Schritt ist wieder der Stabilitätstest: In einer realen Implementierung treten GKLS-Anteile auf. Die FBA-Aussage ist dabei nicht, dass Rauschen verschwindet, sondern dass es die Kalibration nicht "umdefiniert": Sichtbarkeit darf fallen, die Relation zwischen Phase und Wirkung bleibt dieselbe.

Lemma VII.3.3.1: Phasenkohärenz: GKLS dämpft Sichtbarkeit, nicht $\hbar$

Für ein fixiertes Interferenzprotokoll bleibt die Konversion $d\varphi = dS/\hbar$ als Kalibrationsrelation stabil. Dissipation (GKLS) kann die Sichtbarkeit/Kohärenz reduzieren und effektive Generatoren (z. B. Lamb-Shift-Anteile) in S verschieben, ersetzt aber nicht die Umrechnungskonstante $\hbar$.

Beweisskizze VII.3.3.1: $\hbar$-Stabilität

Der reversible Anteil der Dynamik ist isometrisch und trägt die Phasenentwicklung. GKLS-Terme kontrahieren Zustandsunterschiede und können Kohärenz dämpfen, aber sie ersetzen nicht die unitäre Parametrisierung des verbleibenden reversiblen Anteils: Sie verändern typischerweise den Kontrast und (über effektive Hamiltonanteile) die Form von S, nicht jedoch die operative Definition des Phasenmaßes über Interferenz. Solange der Phasenbegriff über Interferenzprotokolle operational definiert und die Variation im Protokoll auf den reversiblen Budgetanteil konditioniert ist, fixiert dieses Protokoll die Umrechnung $dS \leftrightarrow d\varphi$ und damit $\hbar$.

Für die GKLS-Struktur und Spohn-Monotonie siehe Teil IV.[a]

[a] Siehe FBA Teil IV: Dynamik & Messung (GKLS), Kap. IV.5 (GKLS/Spohn).

VII.3.4 Die gravitative Kopplung G als Geometrie- und Budget-Kalibrator

Im Unterschied zu c und $\hbar$ ist G im FBA der Prototyp einer Kopplung, deren *effektiver* Wert regimeabhängig werden kann: G kalibriert die Übersetzung von Budgetdichten und -strömen in Krümmungs- und Potentialgrößen im Kontinuumslimes. Im schwachen Feld wird diese Kalibration durch den Newtonschen Grenzfall fixiert.[19] Der Grund, G dennoch in dieses Kapitel zu ziehen, ist strukturell: Erst wenn c und $\hbar$ als stabile Normierungen stehen, kann ein Lauf von G_{eff} als physikalische Aussage gelesen werden, statt als Artefakt inkonsistenter Maßwahl.

Definition VII.3.4.1: Budget- und Krümmungs-Kopplung und G

Sei $T_{\mu\nu}^{(B)}$ der Energie-Impuls-Proxy aus Budgetdichte und Budgetströmen im Kontinuumslimes. Dann existiert eine Kopplung κ_B der Form

$$\kappa_B \equiv \frac{8\pi G}{c^4},$$

so dass die effektive Geometrieschließung im geeigneten Regime eine Einstein-Struktur annimmt,

$$G_{\mu\nu}^{\text{eff}} = \kappa_B \, T_{\mu\nu}^{(B)}.$$

Im statischen, schwachen Feld folgt daraus der Newtonsche Grenzfall

$$\nabla^2 \Phi_B = 4\pi G \, \rho^{(B)},$$

wobei $\rho^{(B)}$ die passend kalibrierte Dichte (Budget $\to$ Energiedichte) und Φ_B das zugehörige Potential bezeichnet.

Die Definition bindet G bewusst an zwei Kontrollpunkte: die Kontinuumsschließung (Einstein-Struktur) und den Newton-Limes (Poisson-Gleichung). Damit ist die Normierung nicht frei wählbar, sondern wird an einem schwachfeldigen, operativ zugänglichen Regime festgemacht. Das folgende Protokoll macht diese Bindung messbar.

[19] Siehe FBA Teil VI: Gravitation & Geometrie aus Budgetflüssen, Kap. VI.4–VI.6 (Newton-Limes, Tests).

Formelkasten VII.3.4.1: Gravimetrie-Protokoll (metrologisch)

1. Bestimme Redshift oder Geodätenabweichung in einem schwachen, statischen Feld (Labor oder Orbit).
2. Rekonstruiere Φ_B aus Uhr- und Frontdaten über α und $\Phi_B = c^2 \ln \alpha$.[a]
3. Kalibriere G durch $\nabla^2 \Phi_B = 4\pi G \rho^{(B)}$ beziehungsweise äquivalent über die linearisierte Feldschließung im Kontinuumslimes.[b]

[a]Siehe FBA Teil VI: Gravitation & Geometrie aus Budgetflüssen, Kap. VI.3.
[b]Siehe FBA Teil VI: Gravitation & Geometrie aus Budgetflüssen, Kap. VI.4.

Warum zusätzlich eine Beweisskizze? Weil bei G leicht die falsche Intuition entsteht, es handele sich nur um "einen Fit-Parameter". Im FBA ist die Logik enger: Wenn die Proxy-Geometrie einmal festgelegt ist, bleibt im schwachen Feld tatsächlich nur eine Normierung übrig, und genau diese wird durch den Newton-Limes fixiert.

Beweisskizze VII.3.4.1: Warum G als Kopplung?

Die Proxy-Geometrie koppelt Inhomogenitäten von Budgetdichten und -strömen an effektive Krümmungsgrößen. Im Kontinuumslimes führt diese Kopplung *unter den in Teil VI explizierten Annahmen* (lokale Bilanz, geeignete Kontinuumsbeschreibung, schwaches Feld) zu einer Einstein-artigen Struktur; im schwachen Feld reduziert diese Struktur auf eine Poisson-Gleichung für ein Potential Φ_B. Damit bleibt die Normierung als einziger freier Faktor, und dieser wird operativ durch den Newtonschen Grenzfall fixiert.

Skalenabhängige Korrekturen erscheinen als zusätzliche, unter Vergröberung generierte Terme in der effektiven Beschreibung und sind genau der Gegenstand des folgenden RG-Abschnitts.

VII.3.5 Zusammenzug und Ausblick auf Skalen und RG

Bevor wir RG und Skalenfluss formal einführen, ziehen wir die drei Konstanten noch einmal so zusammen, dass ihre Rollen klar getrennt bleiben: $c, \hbar$ als metrologische Anker (Fixierung über Protokolle), G als Kopplung, die im Effekt laufen kann. Diese Trennung ist die Voraussetzung dafür, dass Skalenfluss im nächsten Kapitel als physikalische Aussage und nicht als Konventionswechsel gelesen wird.

Konzept-Bilanz

- c: Front-Kalibrator aus minimalen externen Budgets; die Frontschranke ist CPTP-stabil (kein $c_{\text{eff}} > c$).
- $\hbar$: Phasen-Kalibrator; verbindet reversibles Budget mit S via $d\varphi = dS/\hbar$; GKLS dämpft Sichtbarkeit, nicht die Umrechnung.
- G: Kopplungs-Kalibrator zwischen Budget-Krümmung und Energiedichte-Proxy; Newton-Limes fixiert die Norm, effektive Korrekturen können skalenabhängig sein.

Diese Konstanten sind nicht eingesetzt, sondern kalibrierte Konversions- beziehungsweise Kopplungsfaktoren der Budgetmechanik. Ihre Rolle im Skalenfluss (Fixpunkte, Plateaus, mögliche Läufe effektiver Kopplungen) wird in Kapitel VII.4 formalisiert.[a]

[a]Siehe FBA Teil V: Raumzeit, Lichtkegel & lokale Feldtheorie, Kap. V.6 (Einordnung lokaler relativistischer EFT-Sprache im FBA).

Die Konzept-Bilanz legt damit bereits fest, was im RG-Kapitel überhaupt als "Lauf" diskutiert werden darf: nicht die Kalibrationsanker selbst, sondern effektive Kopplungen und Parameter, die aus zulässiger Vergröberung entstehen.

Bemerkungen zur Skalenabhängigkeit

Der FBA unterscheidet metrologische Kalibrationen (z. B. $c, \hbar$) von effektiven Kopplungen (z. B. $G_{\text{eff}}(\mu)$ in einer EFT-Lesart). Während $c, \hbar$ durch Protokolle fixiert und durch Unterscheidbarkeits-Monotonien (DPI) sowie Komposition gegen eine "künstliche" Erhöhung geschützt sind, kann die wirksame gravitative Kopplung (und andere Feldkopplungen) skalenabhängige Korrekturen tragen.

Kapitel VII.4 führt RG-Flüsse als CPTP-kompatible Vergröberungen aus und macht präzise, wann ein Lauf physikalisch ist und wann er nur eine Umparametrisierung der Kalibration darstellt.

VII.4 Renormierungsgruppen und Skalenfluss im FBA

Aufbauend auf Kapitel VII.3 ist der nächste Schritt, den Begriff von "Skala" im FBA präzise zu machen. Sobald c und $\hbar$ als *metrologische* Kalibrationen und G als *effektive* Kopplung verstanden werden, wird die Frage nach Skalenabhängigkeit unausweichlich: Welche Aussagen bleiben unter Vergröberung invariant, welche Größen dürfen laufen, und welche Monotonien folgen aus der Zulässigkeit der Verarbeitung?

Im FBA erscheint Renormierung deshalb nicht primär als Rechenverfahren, sondern als *zulässiger dynamischer Vergröberungsprozess* auf Zuständen und (induzierterweise) auf Observablen und Prozessen: Skalenfluss ist die kontrollierte Aufgabe von Auflösung unter Erhalt (i) der Budgettreue, (ii) der Lokalität und (iii) der Informationsmonotonien (DPI/Spohn).[20] [21] In dieser Form wird RG zur strukturellen Folge der FBA-Prinzipien, nicht zu einem extern importierten Werkzeug.[1, 2]

VII.4.1 RG als zulässige Vergröberung (CPTP-Semigruppe)

Der Kern ist eine saubere Trennung zwischen zwei Dingen: einem physikalisch zulässigen Coarse-Graining (das die erlaubten Operationen respektiert) und einer bloßen Reparametrisierung (die nur Einheiten oder Koordinaten umbenennt). Die Semigruppeneigenschaft codiert dabei die Minimalforderung, dass "zweimal vergröbern" gleich "einmal stärker vergröbern" ist. Genau diese Minimalforderung wird zuerst festgehalten, damit spätere Aussagen über Flüsse nicht von einem speziellen Formalismus abhängen.[3, 4]

Definition VII.4.1.1: RG-Schritt als zulässige Vergröberung

Eine Familie $\{R_\ell\}_{\ell\geq 1}$ heißt *RG-Transformations-Semigruppe* auf Zuständen, wenn

$$R_{\ell_2} \circ R_{\ell_1} \;=\; R_{\ell_2\ell_1}, \qquad R_1 = \mathrm{id}, \qquad R_\ell \text{ ist CPTP und lokal.}$$

Lokal bedeutet: R_ℓ entsteht aus lokalen Block-Maps (z. B. Tensorprodukten/Netzwerkzusammensetzungen) und respektiert No-Signalling unter Komposition. *Budgettreue* meint hier: die zugrunde liegenden Protokolle erhalten die additiven Budgetrelationen unter Zusammensetzung; die Spurtreue von R_ℓ ist dabei die Zustandsnormierung (Probabilitätsbilanz), nicht die Budgetbilanz.[5, 6]

Für Observablen wirkt R_ℓ im Heisenberg-Bild über die Dualmap R_ℓ^* (CP-unital), und für Prozesse/Kanäle über eine induzierte zulässige Prozessabbildung (Superchannel), die aus zulässiger Vor- und Nachverarbeitung konstruiert ist.[4]

Ein RG-Schritt erhöht den Vergröberungsfaktor ℓ (Blocken, Binning, Faltung) und definiert eine *effektive Theorie*

$$\mathcal{T}_\ell := R_\ell[\mathcal{T}_1]\,.$$

Wichtig ist, was ℓ hier bedeutet: ℓ ist ein Vergröberungsfaktor (dimensionslos), der die Abbildung von fein auf grob beschreibt. Physikalische Längen- oder Energieskalen entstehen erst, wenn man ℓ mit einer konkreten Diskretisierung oder einem Spektral-Cutoff koppelt.

[20] Siehe FBA Teil I: FBA - Grundlagen, Kap. I.5 (DPI, No-Recovery, zulässige Verarbeitung).

[21] Siehe FBA Teil IV: Dynamik & Messung (GKLS), Kap. IV.5 (GKLS-Semigruppenstruktur, Spohn-Monotonie).

Genau deshalb ist der Bezug zu Kapitel VII.3 entscheidend: Ohne stabile Kalibrationen wäre ein Vergleich von “derselben” Skala zwischen zwei Beschreibungen nicht wohldefiniert.

Als nächstes benötigen wir eine Sprache, in der aus der Semigruppe ein *Fluss* wird. Das ist nicht Zusatzstruktur um der Mathematik willen, sondern die Voraussetzung dafür, Parameterläufe von bloßer Umbenennung zu unterscheiden: Ein Generator macht präzise, was sich unter Vergröberung tatsächlich verändert. (Dabei ist $\ln \ell$ ein *Skalenparameter*, nicht eine physikalische Zeitvariable; GKLS-Strukturen aus Teil IV sind hier nur als Analogie für zulässige Positivitäts-/Stetigkeitsanforderungen zu lesen.)[7–9]

Formelkasten VII.4.1.1: Flussgleichung und Generator

Unter einer geeigneten Stetigkeitsannahme in $\ln \ell$ (z. B. starke Stetigkeit) kann die Semigruppe durch einen (ggf. nicht-eindeutigen) Generator $\mathcal{G}$ beschrieben werden:

$$\partial_{\ln \ell} R_\ell = \mathcal{G} \circ R_\ell.$$

Arbeitsannahme: In endlichdimensionalen Modellen ist die technische Umsetzung unproblematisch. In unendlichdimensionalen Regimen (Algebren/Distributionen) nehmen wir normalitäts- und stetigkeitskompatible Konstruktionen an, so dass die Dualwirkung auf Observablen wohldefiniert bleibt und $\mathcal{G}$ auf einer geeigneten Domäne interpretiert werden kann.

Für effektive Parameter $g_i(\ell)$, extrahiert über eine festgelegte Prozedur $\mathrm{Param}(\cdot)$, ergibt sich ein *Skalenfluss*

$$\frac{dg_i}{d \ln \ell} = \beta_i(\mathbf{g}), \qquad \mathbf{g}(\ell) = \mathrm{Param}\big(R_\ell[\mathcal{T}_1]\big).$$

Die β-Funktionen hängen vom mikroskopischen Modell, von der Wahl des zulässigen Coarse-Grainings R_ℓ und von der Parameterextraktion $\mathrm{Param}(\cdot)$ ab (Scheme-/Projektionsabhängigkeit).

Damit ist RG im FBA nicht an eine spezielle Darstellung gebunden: Unterschiedliche zulässige R_ℓ liefern unterschiedliche Flüsse. Universelle Aussagen sind genau die, die für ganze Klassen zulässiger Vergröberungen stabil bleiben. Der nächste Schritt ist deshalb, eine solche universelle Struktur zu isolieren, die nicht von der gewählten Parametrisierung abhängt. Das leistet DPI.[1, 4]

VII.4.2 DPI $\Rightarrow$ Monotonien und eine Skalenfunktion $C(\ell)$

Ein Skalenfluss ist nur dann physikalisch, wenn er irreversible Informationslöschung abbildet. Genau hier greift DPI: Vergröberung darf Unterscheidbarkeit nicht erhöhen. Damit wird eine ganze Klasse von Monotonien automatisch verfügbar, ohne dass zusätzliche Struktur angenommen werden muss.

Lemma VII.4.2.1: DPI-Monotonie unter RG

Sei D eine Divergenz auf Zuständen, die unter CPTP-Maps kontraktiv ist. Dann gilt für alle $\ell \geq 1$

$$D\big(R_\ell(\rho) \,\|\, R_\ell(\sigma)\big) \;\leq\; D(\rho\|\sigma)\,.$$

Beweisskizze VII.4.2.1: DPI-Monotonie unter RG

R_ℓ ist CPTP. Kontraktivität von D bedeutet per Definition die Nichtzunahme unter jeder CPTP-Verarbeitung. Anwendung auf R_ℓ liefert die Behauptung.

Damit ist die Richtung festgelegt, aber noch nicht die Vergleichbarkeit über ℓ: Wenn man einfach D betrachtet, mischen sich Informationsverlust und triviale Größeneffekte (mehr Freiheitsgrade pro Block). Deshalb führen wir als Nächstes eine normierte Skalenfunktion ein, die eine “pro Block”-Aussage erzwingt und Plateaus überhaupt erst sichtbar macht.

Definition VII.4.2.1: Skalenfunktion $C(\ell)$

Für eine Klasse $\mathcal{F}$ von Testzustandspaaren und eine Volumen-Normierung $V(\ell)$ (Anzahl Blöcke bzw. effektive Freiheitsgrade auf Skala ℓ) definieren wir

$$C(\ell) \;:=\; \frac{1}{V(\ell)} \sup_{(\rho,\sigma)\in\mathcal{F}} D\big(R_\ell(\rho) \,\|\, R_\ell(\sigma)\big)\,.$$

Wir wählen V als extensive Normierung, die mit der Blockstruktur kompatibel ist (insbesondere so, dass “triviale” Freiheitsgradzunahmen durch die Division kompensiert werden). Dann gilt für alle $\ell_2, \ell_1 \geq 1$:

$$C(\ell_2\ell_1) \leq C(\ell_1),$$

d. h. $C(\ell)$ ist nichtwachsend in ℓ. Falls C differenzierbar in $\ln \ell$ ist, folgt äquivalent $\frac{d}{d\ln\ell}C(\ell) \leq 0$.

Beweisskizze VII.4.2.2: Monotonie von $C(\ell)$

Aus Lemma VII.4.2.1 und der Semigruppeneigenschaft folgt $D(R_{\ell_2\ell_1}(\rho)\|R_{\ell_2\ell_1}(\sigma)) \leq D(R_{\ell_1}(\rho)\|R_{\ell_1}(\sigma))$. Wählt man $V(\ell)$ als extensive Normierung, die die Blockzahl korrekt abbildet, dann kompensiert die Division die triviale Größenänderung der Beschreibung. Supremum über $\mathcal{F}$ erhält die Richtung.

Damit ist auch klar, warum Plateaus aussagekräftig sein können: Wenn $C(\ell)$ über ein Fenster praktisch konstant bleibt, dann hat der RG-Schritt in diesem Fenster (bezogen auf $\mathcal{F}$ und V) keine zusätzliche “Unterscheidbarkeit pro Block” mehr gelöscht.

Anmerkung VII.4.2.1: Interpretation

$C(\ell)$ misst “wirksame Unterscheidbarkeit pro Block” relativ zu einer gewählten Testklasse $\mathcal{F}$. Plateaus markieren Regime, in denen die betrachteten Diagnostika unter weiterem Vergröbern kaum noch Informationsverlust pro Block zeigen. In diesem Sinn ist $C(\ell)$ eine FBA-analoge C/c-Skalenfunktion, motiviert aus Informationsmonotonien statt aus speziellen Feldintegraldarstellungen.

VII.4.3 Fixpunkte, Linearisation und Relevanzklassen

Hat man einen Fluss, ist der nächste Schritt die Klassifikation dessen, was unter Skalenfluss stabil bleibt. Fixpunkte sind dabei nicht nur mathematisch bequem, sondern operational: Sie sind Regime, in denen weitere Vergröberung keine neuen, messbaren Vorhersagen ändert (bis auf reine Umnormierungen/Kalibrationen).

Definition VII.4.3.1: RG-Fixpunkt und Stabilitätsmatrix

Ein Vektor $\mathbf{g}^\star$ ist Fixpunkt, wenn $\boldsymbol{\beta}(\mathbf{g}^\star) = 0$. Die Linearisation um $\mathbf{g}^\star$ lautet

$$\frac{d}{d\ln\ell}\,\delta\mathbf{g} = \mathbf{J}\,\delta\mathbf{g}, \qquad \mathbf{J}_{ij} := \left.\frac{\partial\beta_i}{\partial g_j}\right|_{\mathbf{g}=\mathbf{g}^\star}.$$

Eigenrichtungen werden klassifiziert als relevant ($\Re\lambda > 0$), irrelevant ($\Re\lambda < 0$) oder marginal ($\Re\lambda = 0$).

Lemma VII.4.3.1: Idempotenz $\Rightarrow$ Fixpunkt

Gilt $R_\ell[\mathcal{T}_{\ell^\star}] = \mathcal{T}_{\ell^\star}$ für alle $\ell \geq 1$, so ist die zugehörige Parametrisierung konstant, d. h. $\mathbf{g}(\ell) \equiv \mathbf{g}^\star$ und $\boldsymbol{\beta}(\mathbf{g}^\star) = 0$.

Beweisskizze VII.4.3.1: Idempotenz $\Rightarrow$ Fixpunkt

Idempotenz bedeutet: Weiteres Vergröbern ändert die effektive Theorie nicht. Damit kann (bei festgelegter Parameterextraktion $\mathrm{Param}(\cdot)$) kein Parameterdrift auftreten; folglich ist $\mathbf{g}(\ell)$ konstant und $\boldsymbol{\beta} = 0$.

Die Umkehrung ($\boldsymbol{\beta} = 0 \Rightarrow$ “Theorie unverändert”) ist eine Frage der Vollständigkeit der Parametrisierung: Wenn Param alle physikalisch relevanten Richtungen erfasst, folgt Fixpunktverhalten bis auf reine Kalibrations-/Reskalierungsfreiheiten; andernfalls beschreibt $\boldsymbol{\beta} = 0$ nur die Stagnation der betrachteten Parameterkoordinaten.

Korollar VII.4.3.1: Plateau-Diagnose über $C(\ell)$

Wenn $C(\ell)$ über ein Skalenfenster praktisch konstant bleibt, ist dies ein Indiz für ein universelles Regime: Entweder ist der Fluss in den durch $\mathcal{F}$ getesteten Richtungen sehr klein ("slow flow"), oder die effektive Beschreibung liegt nahe an einem Fixpunktfenster.

VII.4.4 Parameterbindungen aus Budget- und Kausal-Constraints

Bisher war RG eine Aussage über Informationsverlust. Für physikalische Theorien braucht man zusätzlich harte Nebenbedingungen: Budgettreue und Kausalstruktur. Diese Bedingungen schneiden den Raum zulässiger effektiver Theorien ein und erzeugen Parameterbindungen, die nicht durch "anderes Renormieren" wegerklärt werden können. Im FBA ist dabei besonders wichtig, dass Fronten als Grenzobjekte der Informationsausbreitung geschützt bleiben, weil sonst die metrologische Rolle von c untergraben würde.

Formelkasten VII.4.4.1: Nullfluss-Positivität als zulässige Constraint

Als kompakte Constraint-Formulierung (im Proxy-Regime) fordern wir: Für jede nullartige Front $\mathcal{N}$ und den budgetseitigen Stressenergie-Proxy $T^{(B)}_{\mu\nu}$ gelte

$$\int_{\mathcal{N}} T^{(B)}_{\mu\nu}\, k^\mu k^\nu \, d\lambda \ \geq 0,$$

wobei k^μ die nullartige Tangente ist. Diese Positivität verbietet eine "kostenlose" Verstärkung von Unterscheidbarkeit entlang Fronten und schränkt damit zulässige effektive Kopplungen und Flüsse ein.

Diese Bedingung ist hier nicht als neue Dynamik eingeführt, sondern als explizite *Zulässigkeitsconstraint* im Proxy-Regime: Sie fasst die Intuition zusammen, dass Frontkalibration (Grenzpropagation) und Informationsmonotonien nicht durch effektive Beschreibungstricks in einen Verstärkerkanal umkippen dürfen.[22] In Analogie zur GR-Sprache ist dies eine Nullfluss-/Nullenergie-ähnliche Positivitätsforderung auf geeigneten Front-Hypersurfaces.[10, 11] Welche konkrete Form der Constraint in einem gegebenen Regime angemessen ist, wird in den Testkapiteln über beobachtbare Front-/Uhr- und Redshift-Daten kontrolliert.

Korollar VII.4.4.1: Metrologische Invarianz vs. Kopplungslauf

Die über fixierte Protokolle extrahierten Kalibrationskonstanten c und $\hbar$ sind unter zulässigen R_ℓ stabil (insbesondere: keine effektive Beschreibung realisiert $c_{\text{eff}} > c$ und die Phasen-/Wirkungs-Kalibration bleibt protokollfest). Siehe Lemmata VII.3.2.1 und VII.3.3.1.[a] [b] Dagegen kann G als effektive Kopplung $G_{\text{eff}}(\mu)$ Skalenläufe besitzen, solange Budget- und Kausal-Constraints (insbesondere Formelkasten VII.4.4.1) respektiert bleiben.

[a] Siehe FBA Teil I: FBA - Grundlagen, Kap. I.5 (DPI/Monotonien zulässiger Verarbeitung).
[b] Siehe FBA Teil IV: Dynamik & Messung (GKLS), Kap. IV.5 (GKLS/Spohn).

[22] Siehe FBA Teil VI: Gravitation & Geometrie aus Budgetflüssen, Kap. VI.3–VI.4 (Budget-Proxies, $T^{(B)}_{\mu\nu}$).

VII.4.5 Praktische Konstruktion von RG-Schritten

Die Definitionen oben sind absichtlich abstrakt, damit sie darstellungsunabhängig bleiben. Für Anwendungen braucht man jedoch ein konstruktives Schema, das lokale CPTP-Vergröberungen erzeugt und anschließend Parameter extrahiert. Entscheidend ist dabei, dass jeder Schritt die Monotonien tatsächlich respektiert, sonst ist es keine zulässige RG im FBA-Sinn.

Algorithmus VII.4.5.1: CPTP-RG-Leitfaden (lokal, kausal, budgettreu)

1. **Partition und Blocken:** Wähle eine lokal-kausale Zerlegung in Blöcke der Größe ℓ.
2. **Coarse-Graining-Map:** Definiere eine lokale CPTP-Map $R_\ell = \bigotimes_{\text{Blöcke}} \mathcal{R}_\ell$ (spurtreu auf Zuständen) und stelle sicher, dass die zugrunde liegenden Protokolle Budget-Additivität und No-Signalling respektieren.
3. **Reparametrisierung:** Bestimme $\mathbf{g}(\ell)$ durch Matching effektiver Korrelationen, Antwortfunktionen oder Prozess-Tomographie-Daten.
4. **Monotonie-Checks:** Prüfe $C(\ell_2\ell_1) \le C(\ell_1)$ (bzw. $dC/d\ln\ell \le 0$, falls differenzierbar) sowie Stabilitätstests für metrologische Kalibrationen (Front, Phase), siehe Korollar VII.4.4.1.

VII.4.6 Einordnung zum Standardbild

Vergleich zum Standard-RG

Standard-RG formuliert β-Funktionen typischerweise aus Reskalierungen in Pfadintegral- oder Operatorensprache (Wilsonian RG, effektive Lagrangians). Der FBA setzt vor dieser Ebene an: RG ist jede zulässige CPTP-Vergröberung auf Zuständen, ergänzt um die duale Wirkung auf Observablen und eine induzierte zulässige Prozessabbildung, die Budgets, Lokalität und DPI respektiert.[12–14] Daraus folgen dieselben strukturellen Elemente (Semigruppe, Fixpunkte, Relevanzklassen), ergänzt um zwei FBA-spezifische Punkte:

- eine Skalenfunktion $C(\ell)$ aus Informationsmonotonien,
- explizite metrologische Stabilität (Protokollschutz von $c, \hbar$) und damit eine klare Trennung von Kalibration versus Kopplungslauf.

Die Abbildung auf die übliche lokale QFT-Sprache ist eine Regimefrage und wird über die lokale Feldtheorie-Perspektive eingeordnet.[a]

[a] Siehe FBA Teil V: Raumzeit, Lichtkegel & lokale Feldtheorie, Kap. V.6 (lokale Feldtheorie-/EFT-Perspektive im FBA).

Für den weiteren Verlauf der Abhandlung ist damit nur noch eine Verdichtung nötig: Welche Bausteine sind die robusten Ergebnisse dieses Kapitels, die in Testprotokollen wieder auftauchen müssen, unabhängig davon, welches konkrete RG-Schema später verwendet wird?

Takeaways zu RG im FBA

- RG = zulässige CPTP-Vergröberung (auf Zuständen) mit Semigruppeneigenschaft, lokal und kompatibel mit Budget- und Kausalstruktur; duale/induzierte Wirkung auf Observablen/Prozesse.
- Skalenfluss über β-Funktionen aus einem Generator $\mathcal{G}$; Fixpunkte über $\boldsymbol{\beta} = 0$; Relevanzklassen aus der Linearisation $\mathbf{J}$.
- Skalenfunktion $C(\ell)$ ist nichtwachsend und misst Unterscheidbarkeit pro Block relativ zu $\mathcal{F}$; Plateaus sind Diagnose für universelle bzw. "slow-flow"-Regime.
- Metrologische Kalibrationen $(c, \hbar)$ sind protokollfest; effektive Kopplungen wie $G_{\text{eff}}(\mu)$ können laufen, aber nur unter Budget- und Kausal-Constraints.

Mit dieser RG-Lesart ist der Übergang zum Testteil vorbereitet: In Kapitel VII.5 formulieren wir Parameterbindungen und konkrete Signaturen, die aus Fixpunktnähe, Monotonien und zulässigen Läufen folgen.

VII.5 Vorhersagen und Testbarkeit

Dieses Kapitel bündelt *falsifizierbare* Aussagen des FBA zu Konstanten, Skalen und RG-Flüssen und stellt bewusst schlanke Protokolle bereit. Der Leitgedanke ist dabei einfach: Wenn Konstanten im FBA als Kalibrations- und Kopplungsresultate gelesen werden, dann müssen (i) die metrologischen Kalibrationen unter zulässiger Verarbeitung stabil bleiben und (ii) jede echte Skalenabhängigkeit als Effekt zulässiger Vergröberung beschrieben werden können. Beides wird strukturell durch Budgettreue, Komposition und DPI/Spohn getrieben.[23] [24] Die metrologischen Fixierungen selbst sind die Front- und Interferenzkalibrationen aus Abschnitte VII.3.2 und VII.3.3.[25] [26] [27] Gravitative Kalibrationen sind in Teil VI ausgearbeitet und werden hier nur als Testkanal referenziert.[28]

VII.5.1 Vorhersageklassen und Invarianten

Die wichtigste Trennlinie für Pass/Fail ist die zwischen *metrologischer Stabilität (Protokollschutz)* und *effektivem Kopplungslauf.* Erstere darf unter zulässigem Coarse-Graining nicht brechen, weil sie die Vergleichbarkeit von Messungen über Skalen hinweg erst ermöglicht. Letzterer ist genau das, was RG beschreibt, muss aber unter Budget- und Kausal-Constraints bleiben. Die folgende Box fasst diese Trennlinie so zusammen, dass sie unmittelbar als Prüfplan lesbar wird: Was *muss* protokollfest bleiben, was *darf* nur in strikt kontrollierter Weise laufen?

[23]Siehe FBA Teil I: FBA - Grundlagen, Kap. I.5 (DPI-Pfeil & No-Recovery) und Kap. I.6 (Komposition, Lokalität & No-Signalling).

[24]Siehe FBA Teil IV: Dynamik & Messung (GKLS), Kap. IV.5 (Spohn-Monotonie).

[25]Siehe FBA Teil II: Zeit, Eigenzeit & Minkowski-Geometrie, Kap. II.5 (Front-/Zeitkalibration im Minkowski-Regime).

[26]Siehe FBA Teil III: Quantenkinematik & CPTP-Kanäle, Kap. III.4–III.5 (Interferenz/Phasenkalibration).

[27]Siehe FBA Teil IV: Dynamik & Messung (GKLS), Kap. IV.4–IV.5 (Messung/Coarse-Graining, GKLS).

[28]Siehe FBA Teil VI: Gravitation & Geometrie aus Budgetflüssen, Kap. VI.3–VI.4 (Kalibration, Proxy-Regime).

Definition VII.5.1.1: Vorhersageklassen (operativ)

Wir unterscheiden vier Klassen:

1. **Metrologische Invarianten (Protokollschutz):** Aus fixierten Front- und Interferenzprotokollen re-extrahierte Kalibrationen $c_{\text{eff}}(\ell)$, $\hbar_{\text{eff}}(\ell)$ dürfen durch zulässige CPTP-Vergröberung nicht "künstlich" erhöht oder umdefiniert werden (insbesondere kein $c_{\text{eff}}(\ell) > c$); Abweichungen jenseits kontrollierter Systematiken sind ein Fail.[a] [b] [c]

2. **RG-Monotonien:** Für jede zulässige Divergenz D gilt $D(R_\ell(\rho) \| R_\ell(\sigma))$ nichtwachsend; daraus folgt eine Skalenfunktion $C(\ell)$, die (bei geeigneter extensiver Normierung) monoton nicht zunimmt (siehe Kapitel VII.4).[1, 4][d] [e]

3. **Gravitative Kalibration:** G wird über schwachfeldige Limes (Redshift, Geodätenabweichung) kalibriert und kann als effektive Kopplung skalenabhängig sein, jedoch *nur* unter Budget- und Kausal-Constraints.[f]

4. **Kausal- und Nullfluss-Constraints:** Nullfluss-Positivität entlang Fronten beschränkt zulässige Kopplungen und Flüsse und verhindert "kostenlosen" Informationsgewinn durch effektive Beschreibungen; siehe Formelkasten VII.4.4.1 sowie die Front-/Kausalanker in Teil II und Teil V.[g] [h]

---

[a] Siehe FBA Teil II: Zeit, Eigenzeit & Minkowski-Geometrie, Kap. II.5.
[b] Siehe FBA Teil III: Quantenkinematik & CPTP-Kanäle, Kap. III.4–III.5.
[c] Siehe FBA Teil IV: Dynamik & Messung (GKLS), Kap. IV.4–IV.5.
[d] Siehe FBA Teil I: FBA - Grundlagen, Kap. I.5.
[e] Siehe FBA Teil IV: Dynamik & Messung (GKLS), Kap. IV.5.
[f] Siehe FBA Teil VI: Gravitation & Geometrie aus Budgetflüssen, Kap. VI.4–VI.6.
[g] Siehe FBA Teil II: Zeit, Eigenzeit & Minkowski-Geometrie, Kap. II.5.
[h] Siehe FBA Teil V: Raumzeit, Lichtkegel & lokale Feldtheorie, Kap. V.4.

Aus dieser Einteilung folgt, wie man Falsifizierbarkeit hier sinnvoll operationalisiert: Nicht über ein einzelnes "Signature-Experiment", sondern über ein Set von Invarianten und Monotonien, die in sehr unterschiedlichen Implementierungen gleichzeitig bestehen müssen. Damit werden die eigentlichen Risikopunkte sichtbar: Sobald ein Experiment einen scheinbaren Lauf in c oder $\hbar$ zeigt, ist zuerst zu klären, ob tatsächlich ein zulässiges Protokoll (lokal, CPTP-modellierbar, symmetrisch kontrolliert) vorliegt — oder ob eine nicht-kontrollierte Reparametrisierung als "physikalischer Effekt" missverstanden wurde.

Die folgenden Ungleichungen sind deshalb so gewählt, dass sie direkt als Messkriterien lesbar sind: Jede klare Verletzung ist entweder ein Protokollfehler (nicht zulässig, nicht symmetrisch, nicht lokal) oder — sofern Zulässigkeit und Systematiken tatsächlich kontrolliert sind — ein harter Widerspruch zum FBA-Kern.

Formelkasten VII.5.1.1: Falsifizierbare Invarianten & Ungleichungen

Mit R_ℓ als zulässigem RG-Schritt auf Zuständen (vgl. Definition VII.4.1.1) und Volumennormierung $V(\ell)$ gilt:

$$
\begin{aligned}
\text{(I) Frontschutz:} \quad & \frac{d\ell}{dt} \le c, \qquad d\ell = c\,dt \;\Leftrightarrow\; \text{Sättigung}, \\
& c_{\text{eff}}(\ell) \le c. \\
\text{(II) Phasen-Kalibration:} \quad & d\varphi = \frac{dS}{\hbar}, \\
& \hbar_{\text{eff}}(\ell) \approx \hbar. \\
\text{(III) DPI-Monotonie:} \quad & D\big(R_\ell(\rho) \,\|\, R_\ell(\sigma)\big) \le D(\rho\|\sigma). \\
\text{(IV) Skalenfunktion:} \quad & C(\ell) = \frac{1}{V(\ell)} \sup_{(\rho,\sigma)\in\mathcal{F}} D\big(R_\ell(\rho) \,\|\, R_\ell(\sigma)\big), \\
& C(\ell_2\ell_1) \le C(\ell_1). \\
\text{(V) Nullfluss-Constraint:} \quad & \int_{\mathcal{N}} T^{(B)}_{\mu\nu} k^\mu k^\nu \, d\lambda \ge 0.
\end{aligned}
$$

Hier ist k^μ eine nullartige Tangente (Frontgenerator). Unter zulässiger Vergröberung darf insbesondere kein "schneller als Front" auftreten (Frontschutz), und GKLS kann Sichtbarkeit dämpfen, aber nicht die Phasen-/Wirkungs-Umrechnung umdefinieren. Falls C differenzierbar in $\ln \ell$ ist, ist (IV) äquivalent zu $\frac{d}{d\ln \ell} C(\ell) \le 0$.

Die Box Formelkasten VII.5.1.1 liefert damit einen "Minimalvertrag" zwischen Theorie und Messung: (I) und (II) fixieren, was als Kalibration nicht physikalisch "mitlaufen" darf, (III) und (IV) fixieren, wie RG als Informationslöschung aussehen muss, und (V) bindet mögliche Läufe effektiver Kopplungen an harte Kausalbedingungen. Damit ist auch klar, warum wir im nächsten Schritt nicht sofort zu Gravimetrie springen: Ohne bestandene metrologische Checks wäre jeder behauptete Kopplungslauf prinzipiell mehrdeutig.

VII.5.2 Testprotokolle (Labor, Simulation, Astrophysik)

Die Testprotokolle sind absichtlich redundant: Metrologische Invarianten werden unter kontrollierter zulässiger Störung getestet, RG-Monotonien werden als direkte Konsequenz von CPTP-Vergröberung geprüft, und gravitative Kalibrationen dienen als Kopplungstest, nicht als Ersatz für die metrologischen Checks. Die Redundanz ist hier kein Luxus, sondern die Methode, Protokollartefakte von echter Physik zu trennen.

Algorithmus VII.5.2.1: CPTP-Testsuite für Konstanten & RG

1. **Front-c (Labor, metrologisch):** Realisieren Sie ein Minimal-Signal via Frontprotokoll und variieren Sie die Umgebung durch symmetrische, lokale GKLS-Dephasierung auf Teilstrecken. *Erwartung:* keine Erhöhung der extrahierten Frontgrenze ($c_{\text{eff}}(\ell) \leq c$); Sättigungsfälle bleiben nullartig.[a] [b]

2. **$\hbar$-Phasenstabilität (Interferenz):** Mach-Zehnder oder Ramsey mit kontrolliertem, pfadsymmetrischem Rauschen (CPTP). *Erwartung:* Sichtbarkeit $\downarrow$, aber die Umrechnung bleibt protokollfest ($\hbar_{\text{eff}}(\ell) \approx \hbar$) und Phasen sind durch $\Delta\varphi = \Delta S/\hbar$ normiert.[c] [d]

3. **RG-Monotonie $C(\ell)$ (Simulation oder Quantenprozessor):** Präpariere ρ, σ, implementiere block-lokales R_ℓ (Tomographie oder Shadowing) und berechne eine kontraktive Divergenz D (z. B. relative Entropie). *Erwartung:* $C(\ell_2\ell_1) \leq C(\ell_1)$; Plateaus markieren "slow-flow"- oder Fixpunktfenster relativ zur Testklasse.[1, 3, 4]

4. **Gravimetrie G (Labor oder Orbit):** Vergleiche gravitativen Redshift oder Geodätenabweichung mit dem Newton-Limes $\nabla^2\Phi = 4\pi G\rho$. *Erwartung:* kalibriertes G; mögliche Läufe nur innerhalb Nullfluss- und Kausal-Bounds.[e]

5. **Plateau-Detektion (EFT-Windows):** Messe Antwortfunktionen oder Korrelationen über ℓ und identifiziere Skalenfenster mit praktisch konstantem $C(\ell)$ (bzw. $dC/d\ln\ell \approx 0$, falls differenzierbar). *Erwartung:* universale Exponenten und Kennzahlen stabil über das Plateau.[f]

[a] Siehe FBA Teil II: Zeit, Eigenzeit & Minkowski-Geometrie, Kap. II.5 (Frontprotokoll/Frontschutz).
[b] Siehe FBA Teil IV: Dynamik & Messung (GKLS), Kap. IV.5 (zulässige GKLS-Störungen).
[c] Siehe FBA Teil III: Quantenkinematik & CPTP-Kanäle, Kap. III.5 (Interferenz-/Phasenkalibration).
[d] Siehe FBA Teil IV: Dynamik & Messung (GKLS), Kap. IV.4–IV.5 (Messung als Coarse-Graining, GKLS-Effekte).
[e] Siehe FBA Teil VI: Gravitation & Geometrie aus Budgetflüssen, Kap. VI.3–VI.5 (Kalibration, Kontinuumslimes, Tests).
[f] Siehe FBA Teil V: Raumzeit, Lichtkegel & lokale Feldtheorie, Kap. V.6 (lokale Feldtheorie-/EFT-Einordnung).

Die Testsuite ist so angeordnet, dass sie eine eindeutige Diagnose ermöglicht: Zuerst werden die Kalibrationsanker geprüft, dann die RG-Monotonien, und erst danach Kopplungsfragen (Gravimetrie, EFT-Windows). Dadurch entsteht eine Hierarchie, in der ein späterer Befund nicht auf einem früheren, ungeklärten Konventionsproblem aufsitzt.

VII.5.3 Parameterbindungen und Messfenster

Die Protokolle oben liefern nicht nur Einzelchecks, sondern auch Parameterbindungen: Metrologische Invarianten müssen in allen zulässigen Implementierungen stabil bleiben. Für effektive Kopplungen darf ein Lauf nur dann akzeptiert werden, wenn er mit den Kausal- und Budget-Constraints kompatibel bleibt. Praktisch heißt das: Man bekommt nicht nur "Ja/Nein"-Aussagen, sondern quantitative Schrankenfenster, die direkt als Constraints in Modellvergleichen eingesetzt werden können.

Formelkasten VII.5.3.1: Bounds aus Budget & Kausalität

Die Invarianten aus Formelkasten VII.5.1.1 lassen sich operational als Schranken formulieren:

$$c_{\text{eff}}(\ell) \le c + \varepsilon_c, \qquad \left|\hbar_{\text{eff}}(\ell) - \hbar\right| \le \varepsilon_\hbar, \qquad C(\ell_2\ell_1) \le C(\ell_1), \qquad \int_{\mathcal{N}} T^{(B)}_{\mu\nu} k^\mu k^\nu \, d\lambda \ge 0.$$

Ein beobachtetes $C(\ell_2\ell_1) > C(\ell_1)$ oder eine robuste Verletzung des Front-/Phasen-Schutzes (jenseits kontrollierter ε-Systematiken) widerspricht dem FBA-Kern. Für $G_{\text{eff}}(\mu)$ sind Läufe nur zulässig, wenn Formelkasten VII.4.4.1 und die frontseitigen Kausalbindungen eingehalten bleiben.[a]

[a] Siehe FBA Teil VI: Gravitation & Geometrie aus Budgetflüssen, Kap. VI.4 (gravitative Schließung, Interpretation im Kontinuumslimes).

Die Rolle der ε-Parameter ist dabei rein operational: Sie kodieren, wie gut ein konkretes Setup die Zulässigkeit (Symmetrie, Lokalität, CPTP-Modellierung) tatsächlich kontrolliert. Im Pass/Fail-Sinn zählt nicht, dass jedes Labor ε sofort extrem klein macht, sondern dass ein behaupteter Effekt nicht mehr mit zulässigen Systematiken kompatibel ist.

Korollar VII.5.3.1: Minimaler Pass/Fail-Katalog

1. Front- und Phasenschutz bestehen $\Rightarrow$ metrologische Invarianten sind protokoll-kompatibel.
2. $C(\ell)$ monoton nichtzunehmend (relativ zu $\mathcal{F}, V$) $\Rightarrow$ RG-Struktur kompatibel.
3. Gravimetrie konsistent mit Kalibration $\Rightarrow$ G normiert; zulässige Läufe sind durch Constraints begrenzt.
4. Jede eindeutige Verletzung von (i) – (iii) $\Rightarrow$ FBA verworfen *oder* das verwendete Protokoll war nicht zulässig (Systematik-/Zulässigkeitsbruch).

Der Katalog ist bewusst minimal: Er enthält nur die Punkte, die nicht durch “bessere Modellierung” weichgeredet werden können. Alles, was darüber hinausgeht, ist Feinstruktur - wichtig für Präzision, aber nicht nötig, um den Kern als konsistent oder inkonsistent zu entscheiden.

VII.5.4 Einordnung und Datenabgleich

Vergleich, Cross-Checks & Brücke

Die Tests knüpfen an die formalen Kernaussagen aus Kapitel VII.2 und VII.4 an und bilden die operative Brücke zu den beiden Regimesprachen, die in der Reihe bereits ausgearbeitet sind: lokale QFT/RG und effektive Gravitation.[a] [b] Ein dokumentübergreifendes Review der Messprogramme und Brückensätze findet sich in Teil X.[c]

[a] Siehe FBA Teil V: Raumzeit, Lichtkegel & lokale Feldtheorie, Kap. V.6 (Einordnung in lokale relativistische QFT/EFT).
[b] Siehe FBA Teil VI: Gravitation & Geometrie aus Budgetflüssen, Kap. VI.4–VI.5 (gravitative Schließung, schwache Grenzfälle).
[c] Siehe FBA Teil X: Vorhersagen, Falsifizierbarkeit & Brücke FBA $\to$ QM $\leftrightarrow$ ART, Kap. X.1–X.3.

Damit ist der Status dieses Kapitels klar: Es liefert keine zusätzliche Modellierung, sondern eine Testlogik, die aus den vorherigen Kapiteln folgt. Die folgende Zusammenfassung verdichtet deshalb nicht "Inhalte", sondern markiert die Stellen, die in jeder Implementierung wieder auftauchen müssen, wenn sie sich auf den FBA beruft.

Takeaways: Tests im FBA

- **Invarianten:** Front- und Phasenschutz (protokollfeste Extraktion von $c, \hbar$); jede robuste Verletzung ist ein harter Fail.
- **Monotonien:** $C(\ell)$ monoton nichtzunehmend; Plateaus sind Diagnose für "slow-flow"- oder Fixpunktfenster relativ zur Testklasse.
- **Gravitation:** G wird im schwachen Feld kalibriert; mögliche Läufe nur unter strikten Kausal- und Budget-Bounds.
- **Playbook:** Front-, Interferenz-, RG- und Gravimetrie-Protokolle liefern eine minimale, aber vollständige Pass/Fail-Suite.

VII.6 Fazit und Ausblick

Diese Abhandlung hat Konstanten, Skalen und Renormierung im FBA operativ verankert: c und $\hbar$ erscheinen als *metrologische Kalibrationskonstanten* (Front- bzw. Phasen- und Wirkungs-Kalibration), G als *Geometrie- und Budget-Kopplung* im Kontinuumslimes. Renormierung wird als *zulässige CPTP-Vergröberung* gefasst. Unter milden Regularitäts- und Parametrisierungsannahmen (Generator/Extraktion) kann man daraus β-Flüsse, Fixpunkte und Relevanzklassen formulieren. Eine informationsgetriebene Skalenfunktion $C(\ell)$ ist dabei *monoton* entlang der Vergröberung (Semigruppenordnung); die häufig verwendete Differentialform $\frac{d}{d\ln\ell}C(\ell) \leq 0$ ist als Kurzschreibweise nur im glatten Limes zu lesen. Kausal- und Budget-Constraints (insbesondere Nullfluss entlang Fronten) liefern harte Bounds für zulässige effektive Kopplungen.[29] [30] [31] [32]

Der Punkt des Fazits ist dabei nicht, Ergebnisse nur zu wiederholen, sondern die Ableitungskette als *stabile Kernlogik* zu markieren: Welche Aussagen hängen allein an Zulässigkeit und Kalibration und sind daher besonders robust, und welche Aussagen hängen an der Wahl eines konkreten RG-Schemas und sind daher als Arbeitsprogramm zu lesen. Genau diese Trennlinie machen die folgenden Boxen explizit.

Kernaussagen (konzentriert)

1. **Kalibration statt Postulat:** $c, \hbar$ sind *protokollfest* (Front- bzw. Interferenzkalibration); G normiert Budget-Krümmung $\leftrightarrow$ Stress/Energie im geeigneten Kontinuumslimes (Kapitel VII.3).
2. **RG = zulässige Vergröberung:** RG-Schritte sind lokal und CPTP (und damit DPI-kontraktiv); unter Zusatzannahmen (Generator/Extraktion) ergibt dies die übliche β-Sprache, Fixpunkte und Relevanzklassen (Kapitel VII.4).
3. **Informations-Monotonie:** Die Skalenfunktion $C(\ell)$ ist *nichtzunehmend* entlang der Vergröberung (Semigruppenordnung). Plateaus sind *Diagnose-Indizien* für universelle Fenster (Fixpunktnähe) und hängen von Testfamilie/Normierung ab (Kapitel VII.4).
4. **Schutz vs. Lauf:** $c, \hbar$ sind metrologisch *geschützt*: kein zulässiges Coarse-Graining darf eine effektive Überschreitung der Frontschranke ($c_{\text{eff}} > c$) oder eine Rekalibration der Phasen-/Wirkungsrelation erzeugen; realistisch ist nur Kontrast-/Präzisionsverlust. $G_{\text{eff}}(\mu)$ darf als Kopplung laufen, sofern Nullfluss- und Front-Bounds gewahrt sind (Kapitel VII.5).
5. **Pass/Fail-Tests:** Front-, Interferenz-, RG- und Gravimetrie-Protokolle ergeben eine minimal genügende Suite zur Falsifikation (Kapitel VII.5).[a]

[a] Siehe FBA Teil X: Vorhersagen, Falsifizierbarkeit & Brücke FBA $\to$ QM $\leftrightarrow$ ART, Kap. X.1–X.3 (Brückensätze, Messprogramme, Pass/Fail-Gerüst).

[29] Siehe FBA Teil II: Zeit, Eigenzeit & Minkowski-Geometrie, Kap. II.5 und II.8 (Grundkalibrationen, Frontschutz).

[30] Siehe FBA Teil IV: Dynamik & Messung (GKLS), Kap. IV.5 (Dynamik, Spohn).

[31] Siehe FBA Teil V: Raumzeit, Lichtkegel & lokale Feldtheorie, Kap. V.6 (feldtheoretische Einordnung).

[32] Siehe FBA Teil VI: Gravitation & Geometrie aus Budgetflüssen, Kap. VI.3–VI.4 (Geometrie aus Budgetflüssen).

Aus diesen Kernaussagen folgt unmittelbar, wie ein sinnvolles Forschungsprogramm aussehen muss: Es sollte dort ansetzen, wo noch Wahlfreiheit besteht (RG-Schemata, Parameterextraktion), aber zugleich so formuliert sein, dass die metrologischen Anker als harte Konsistenzbedingungen erhalten bleiben. Das nächste Paket sammelt daher genau die Aufgaben, die aus der vorliegenden Struktur *notwendig* werden, wenn man von Plausibilität zu quantitativer Bindung übergehen will.

Forschungsprogramm & nächste Schritte

1. **Mikro $\to \beta$:** Ableitung expliziter β-Funktionen aus kanalspezifischen CPTP-RG-Schritten (Blocken, Faltung) und Abgleich mit bekannten QFT-Flüssen.[a]
2. **Messbares $C(\ell)$:** Protokolle für $C(\ell)$ auf Quantenprozessoren (Shadowing, robuste Divergenz-Schätzer) und in klassischen Lattice-Simulationen (Kapitel VII.4).
3. **Front- und Phasen-Metrologie:** Präzisions-Checks des *Front-/Phasenschutzes* von $c, \hbar$ unter bewusst eingeführtem, lokalem GKLS-Rauschen (zulässig, symmetrisch, lokal).[b]
4. **Gravitationsfenster:** Bestimmung möglicher $G_{\text{eff}}(\mu)$-Läufe in schwachen Feldern (Labor, Orbit) unter Nullfluss-Bounds und Kopplung an die Geometrie-Konstruktion.[c]
5. **Brückenbausteine:** Systematische Abbildung FBA $\leftrightarrow$ EFT (Operatoren-Schemata, scheme-robuste Kennzahlen) und Cross-Checks gegen Universalia.[d]

[a] Siehe FBA Teil V: Raumzeit, Lichtkegel & lokale Feldtheorie, Kap. V.6 (Abbildung auf lokale relativistische QFT/Standard-RG).

[b] Siehe FBA Teil IV: Dynamik & Messung (GKLS), Kap. IV.5 (GKLS-Semigruppenstruktur, Spohn, zulässige Störklassen).

[c] Siehe FBA Teil VI: Gravitation & Geometrie aus Budgetflüssen, Kap. VI.3–VI.4 (Proxy-Geometrie, Kontinuumslimes, Kalibration).

[d] Siehe FBA Teil V: Raumzeit, Lichtkegel & lokale Feldtheorie, Kap. V.6 (feldtheoretische Einordnung, Universalia/Fixpunkte).

Damit dieses Programm nicht unbemerkt in eine reine Modellierungssammlung kippt, müssen die zentralen Angriffspunkte sichtbar bleiben, an denen Scheineffekte entstehen können. Insbesondere ist Teil VII anfällig für zwei typische Verwechslungen: Skalenabhängigkeit als physikalischer Lauf versus Skalenabhängigkeit als Folge einer schlecht kontrollierten Kalibration, und scheme-abhängige β-Kurven versus scheme-robuste Aussagen. Die nächste Box dient genau dieser Schutzfunktion.

Grenzen, Annahmen & Risiken

- **Protokoll-Abhängigkeit:** Kalibrationen sind operativ definiert; unsaubere Protokolle können scheinbare Läufe in $c, \hbar$ erzeugen (Scheineffekte).
- **RG-Schema:** β-Flüsse hängen vom gewählten CPTP-Coarse-Graining und der Parameterextraktion ab; scheme-robuste Aussagen stützen sich auf Monotonien/Endpunkte (z. B. $C(\ell)$-basierte Diagnostik).
- **Kontinuumslimes:** Die Zuordnung Budget $\mapsto$ Krümmungs-Proxy ist ein Limes-Statement; Korrekturen (z. B. $\mathcal{O}(\ell^2)$ in einer konkreten Diskretisierung) sind zu quantifizieren.[a]

---

[a]Siehe FBA Teil VI: Gravitation & Geometrie aus Budgetflüssen, Kap. VI.4 (Kontinuumslimes-Schließung, Korrekturterme).

Gerade weil diese Risiken real sind, ist es hilfreich, die Schritte zum “sauberen Ergebnis” als kontrollierbares Playbook zu formulieren. Die folgende Roadmap ist deshalb so strukturiert, dass jeder Schritt entweder eine Invariante testet, eine Monotonie prüft oder eine Kopplung im Grenzfall kalibriert.

Algorithmus VII.6.1: Roadmap (Playbook, kurz)

1. **Definiere** lokale R_ℓ (CPTP) und prüfe in der konkreten Implementierung Kontraktivität gewählter Divergenzen (DPI-Check) sowie Spohn-Monotonie im GKLS-Regime.[a]
2. **Bestimme** $\mathbf{g}(\ell)$, $\boldsymbol{\beta}(\mathbf{g})$, $C(\ell)$; prüfe Plateaus als Fixpunkt-Diagnostik (Kapitel VII.4).
3. **Kalibriere** $c, \hbar$ via Front- und Interferenz-Protokolle; prüfe Front-/Phasenschutz unter zulässigen Störungen (Kapitel VII.3).
4. **Kalibriere** G im Newton-Limes und evaluiere mögliche Läufe unter Nullfluss-Bounds.[b]
5. **Entscheide** Pass/Fail anhand der Invarianten und Monotonien (Kapitel VII.5).[c]

---

[a]Siehe FBA Teil IV: Dynamik & Messung (GKLS), Kap. IV.5.
[b]Siehe FBA Teil VI: Gravitation & Geometrie aus Budgetflüssen, Kap. VI.4.
[c]Siehe FBA Teil X: Vorhersagen, Falsifizierbarkeit & Brücke FBA $\to$ QM $\leftrightarrow$ ART, Kap. X.1–X.3.

Der Ausblick lässt sich damit knapp formulieren: Teil VII liefert keine zusätzliche Dynamikannahme, sondern eine belastbare Skalenarchitektur. Diese Architektur ist das Bindeglied, das später kosmologische Regimewechsel, lokale Feldtheorieeffekte und gravitative Kalibrationen unter einem gemeinsamen Pass/Fail-Rahmen zusammenführt.

Ausblick (kompakt)

Die hier entwickelten Bausteine ermöglichen (i) eine metrologisch saubere Trennung von Invarianten und effektiven Läufen, (ii) einen informationsgetriebenen RG-Rahmen mit monotone(r) Skalenfunktion und (iii) eine kontrollierte Kopplung von Budgetflüssen an effektive Geometrie. Nächste Meilensteine sind kanalscharfe β-Analysen, experimentelle $C(\ell)$-Messungen und präzise Gravimetrie-Bounds.[a]

[a] Siehe FBA Teil X: Vorhersagen, Falsifizierbarkeit & Brücke FBA $\rightarrow$ QM $\leftrightarrow$ ART, Kap. X.1–X.3 (Synthese, Datenabgleich, Messprogramme).

VII.7 Anhang: Überblick über die FBA-Reihe (Teile I–X)

Klick auf den Titel zum Download des PDF

1. ***Teil I*: FBA-Grundlagen: Abfolge, Budget, Eigenzeit & Pfeile.** *Ziel:* Basisschicht bereitstellen: Abfolge, Budget, Eigenzeit/Alterung, Front und operativer Zeitpfeil (DPI); Minkowski-Limes aus der Budget-Quadrik; zulässige Dynamik und Lokalität/No-Signalling. *Import:* – (Referenz für alle Folgeteile). *Erweiterung:* Schnittstellenverträge, Pass/Fail-Checklisten, Lesefaden.
2. ***Teil II*: Zeit, Eigenzeit & Minkowski-Geometrie.** *Ziel:* Eigenzeit/Quadrik operativ fassen und Geodäten ableiten. *Import:* Grundlagen (Abfolge, Budget, Eigenzeit, Front/DPI). *Erweiterung:* glatter Limes, Variationsprinzip auf Weltlinien, Kalibration κ_τ.
3. ***Teil III*: Quantenkinematik & CPTP-Kanäle.** *Ziel:* Zustandsräume und Kanäle (CPTP) samt Komposition. *Import:* Grundlagen (Budget, Kanalsicht, Komposition). *Erweiterung:* konkrete Divergenzen/Kostenfunktoren $\mathcal{C}$, Messungen und Klassik-Register.
4. ***Teil IV*: Dynamik, Messung & GKLS (offene Systeme).** *Ziel:* Kontinuierliche offene Dynamik (GKLS) und operativer Zeitpfeil. *Import:* Kanäle/DPI. *Erweiterung:* Spohn-Monotonie, stationäre/NESS-Referenzen, Flüsse $b^{\mathrm{rev}}, b^{\mathrm{irr}}, b^{\mathrm{ext}}$.
5. ***Teil V*: Raumzeit, Lichtkegel & lokale Feldtheorie.** *Ziel:* Lokale Feldgleichungen unter Front/Lokalität. *Import:* Front, Komposition, No-Signalling. *Erweiterung:* lokale GKLS-Generatoren, Lieb–Robinson-artige Schranken, effektive Lichtkegel.
6. ***Teil VI*: Gravitation & Geometrie aus Budgetflüssen.** *Ziel:* Geometrisierung von Budgetflüssen. *Import:* Budget-Quadrik/Eigenzeit. *Erweiterung:* effektive Metriken aus Kalibrationen (κ_t, κ_x) und internen Spannungen; Kopplung an Krümmung.
7. ***Teil VII*: Konstanten, Skalen & Renormierung.** *Ziel:* Skalenführung der Kalibrationssätze. *Import:* $c = \kappa_t/\kappa_x$, κ_τ. *Erweiterung:* Flow-Gleichungen für $\kappa_t, \kappa_x, \kappa_\tau$; Stabilität von c.
8. ***Teil VIII*: Klassischer Limes, Thermodynamik & Altern.** *Ziel:* Makroskopik aus $A[\gamma]$ (Alterung) und DPI. *Import:* Eigenzeit/Alterung, Spohn. *Erweiterung:* Entropieproduktion, Euler–Lagrange-Formen für irreversible Flüsse, effektive Transportgleichungen.
9. ***Teil IX*: Kosmische Dynamik, Time Dilation & Inflation (TDI).** *Ziel:* Kosmische Abfolge & Kalibrationsfluss. *Import:* Budget, Eigenzeit/Front. *Erweiterung:* Budgetgleichungen auf großskaligen Slices; Time-Dilation-Inflation als Kalibrationsdynamik.
10. ***Teil X*: Vorhersagen, Falsifizierbarkeit & Brücke FBA $\to$ QM $\leftrightarrow$ ART.** *Ziel:* Testbare Differenzen und Brücken FBA $\leftrightarrow$ QM/ART. *Import:* alle Grundlagenbausteine. *Erweiterung:* Protokolle, Grenzfalltests, überbestimmte Konsistenzrelationen (Pass/Fail).

Alle Teile der FBA-Reihe sind in deutscher und englischer Sprache verfügbar unter

https://www.frame-budget-approach.eu

Literatur

[1] D. Petz. „Sufficient Subalgebras and the Relative Entropy of States of a von Neumann Algebra". In: *Communications in Mathematical Physics* 105.1 (1986), S. 123–131. DOI: 10.1007/BF01212345.

[2] H. Spohn. „Entropy Production for Quantum Dynamical Semigroups". In: *Journal of Mathematical Physics* 19.5 (1978), S. 1227–1230. DOI: 10.1063/1.523789.

[3] M. A. Nielsen und I. L. Chuang. *Quantum Computation and Quantum Information. 10th Anniversary Edition*. Cambridge: Cambridge University Press, 2010. ISBN: 9781107002173.

[4] A. S. Holevo. *Quantum Systems, Channels, Information. A Mathematical Introduction*. Berlin, Boston: De Gruyter, 2012. DOI: 10.1515/9783110273403.

[5] W. F. Stinespring. „Positive Functions on C^*-Algebras". In: *Proceedings of the American Mathematical Society* 6.2 (1955), S. 211–216. DOI: 10.2307/2032342.

[6] K. Kraus. *States, Effects, and Operations: Fundamental Notions of Quantum Theory*. Bd. 190. Lecture Notes in Physics. Berlin, Heidelberg: Springer, 1983. DOI: 10.1007/3-540-12732-1.

[7] G. Lindblad. „On the Generators of Quantum Dynamical Semigroups". In: *Communications in Mathematical Physics* 48.2 (1976), S. 119–130. DOI: 10.1007/BF01608499.

[8] V. Gorini, A. Kossakowski und E. C. G. Sudarshan. „Completely Positive Dynamical Semigroups of N-Level Systems". In: *Journal of Mathematical Physics* 17.5 (1976), S. 821–825. DOI: 10.1063/1.522979.

[9] H.-P. Breuer und F. Petruccione. *The Theory of Open Quantum Systems*. Oxford: Oxford University Press, 2002. ISBN: 9780199213900.

[10] S. M. Carroll. *Spacetime and Geometry. An Introduction to General Relativity*. San Francisco: Addison-Wesley, 2004. ISBN: 9780805387322.

[11] W. Rindler. *Relativity. Special, General, and Cosmological*. 2. Aufl. Oxford: Oxford University Press, 2006. ISBN: 9780198567325.

[12] K. G. Wilson und J. Kogut. „The Renormalization Group and the ϵ Expansion". In: *Physics Reports* 12.2 (1974), S. 75–199. DOI: 10.1016/0370-1573(74)90023-4.

[13] J. Polchinski. „Renormalization and Effective Lagrangians". In: *Nuclear Physics B* 231.2 (1984), S. 269–295. DOI: 10.1016/0550-3213(84)90287-6.

[14] K. G. Wilson. „Renormalization Group and Critical Phenomena. I. Renormalization Group and the Kadanoff Scaling Picture". In: *Physical Review B* 4.9 (1971), S. 3174–3183. DOI: 10.1103/PhysRevB.4.3174.