

Der Frame–Budget–Ansatz (FBA)  
Wie Zeit, Dynamik und Geometrie aus Budgetflüssen entstehen  
*Eine operative Brücke* zwischen Quantenmechanik und Allgemeiner Relativitätstheorie

**Teil VI: Gravitation & Geometrie aus Budgetflüssen**

Dipl. Wirt.-Inf. Jens Tetzner

21. Januar 2026

**Inhaltsverzeichnis**

<b>VI</b>	<b>Gravitation &amp; Geometrie aus Budgetflüssen</b>	<b>2</b>
VI.1	Einleitung & Zielbild	2
VI.2	Vorangestellte Grundlagen & Konventionen (Import aus Teil I: FBA - Grundlagen)	5
VI.3	Verbindungen zwischen Budgetflüssen und Geometrie	8
VI.4	Kontinuumslimes und Feldgleichungen	12
VI.5	Horizonte und Redshift	15
VI.6	Tests und Vorhersagen	17
VI.7	Zusammenfassung und Ausblick	21
VI.8	Anhang: Überblick über die FBA-Reihe (Teile I–X)	24

## Teil VI

# Gravitation & Geometrie aus Budgetflüssen

## VI.1 Einleitung & Zielbild

### VI.1.1 Motivation

Bis hierher hat der Frame-Budget-Ansatz (FBA)<sup>1</sup> eine Referenzbühne etabliert, auf der Zeit als Ordnung und Eigenzeit als integrierter interner Budgetfluss messbar werden, und auf der die Kausalstruktur durch Front-Kalibration in einen flachen Minkowski-Limes kondensiert.<sup>2</sup>  
<sup>3</sup> Der nächste methodische Schritt ist dann nicht, „Gravitation zusätzlich anzunehmen“, sondern zu klären, was geschieht, sobald diese Referenzannahme der Homogenität operativ bricht: Wenn Budgetdichten und Budgetflüsse räumlich oder systematisch variieren, werden Kalibrationen effektiv orts- und zustandsabhängig, und genau dadurch erscheinen Uhrenraten, freie Fallbewegung und Lichtausbreitung nicht mehr als trivialer Minkowski-Transport, sondern als geometrisch verzerrte Größen.

Im Standardbild der ART wird diese Verzerrung als Krümmung der Raumzeit postuliert. Im FBA wollen wir dieselbe phänomenologische Struktur aus der Buchhaltung selbst gewinnen: aus der Verteilung des Budgets, seinen Gradienten und den daraus folgenden effektiven Kalibrationsätzen.

*Zielbild* dieser Abhandlung ist daher ein durchgehender, operativer Ableitungspfad von Budgetflüssen zu (i) einer effektiven geometrischen Beschreibung (Krümmungs-Proxy), (ii) Geodäten als freiem Fall, (iii) gravitativer Zeitdilatation und (iv) einem Kontinuumslikes, in dem sich Einstein-artige Feldgleichungen als Näherungssprache herauskristallisieren.

### VI.1.2 Logikpfad

Die Reihenfolge ist so gewählt, dass jedes neue Objekt erst dann eingeführt wird, wenn klar ist, welche operative Notwendigkeit es erfüllt und welche Beobachtungsgröße es fixiert:

1. *Vom Referenzlimes zur Quelle:* Zuerst identifizieren wir, welche nichttrivialen, aber messbaren Abweichungen vom flachen Referenzlimes überhaupt als „gravitative Information“ gelten können. Das führt auf einen Krümmungs-Proxy, der aus Budgetdichte und Budgetgradienten konstruiert ist.
2. *Von der Quelle zur Bewegung:* Erst wenn eine solche geometrische Wirkung präzise fixiert ist, ergibt es Sinn, freie Bewegung zu definieren. Geodäten erscheinen dann als diejenige Bewegung, die mit der budgettreuen Update-Logik kompatibel bleibt, statt als separat postuliertes „Trägheitsgesetz“.
3. *Von der Bewegung zur Uhrenrate:* Mit Geodäten als Referenzpfaden wird Zeitdilatation zur Vergleichsaussage zwischen Uhren, die unterschiedliche Budgetumgebungen integrieren. Damit wird die Dilatation nicht als Zusatzregel eingeführt, sondern als Konsequenz derselben Kontierung, die Eigenzeit überhaupt definiert.

---

<sup>1</sup>Ein Überblick über alle Teile der FBA-Abhandlung inklusive Downloadlinks findet sich in Kapitel VI.8 dieses Dokuments.

<sup>2</sup>Siehe FBA Teil II: Zeit, Eigenzeit & Minkowski-Geometrie, Kap. II.5–II.9.

<sup>3</sup>Siehe FBA Teil V: Raumzeit, Lichtkegel & lokale Feldtheorie, Kap. V.3–V.6.

4. *Schließung im Kontinuum*: Um über Einzelpfade hinauszugehen, brauchen wir eine Feldbeschreibung. Der Kontinuumslikes bündelt die budgetinduzierten Geometrieeffekte in effektiven Gleichungen, die in geeigneten Regimen die Form der Einstein-Feldgleichungen nachahmen.
5. *Grenzfälle als Diagnostik*: Horizonte und Redshift treten dort auf, wo der Dilatationsfaktor bzw. der Krümmungs-Proxy Extremverhalten zeigt. Diese Grenzfälle sind nicht nur „Folklore“, sondern liefern harte, beobachtbare Diagnostik der zuvor eingeführten Proxies.

### VI.1.3 Scope und Abgrenzung

Wir arbeiten auf dem flachen Minkowski-Referenzlikes als kinematischer Bühne und behandeln „Krümmung“ zunächst als *effektive* Geometrie, die aus inhomogenen Budgetflüssen und ortsabhängigen Kalibrationen abgeleitet wird, nicht als fundamental vorausgesetzte Raumzeitmetrik.<sup>4</sup> Die Dynamik bleibt CPTP/GKLS-konform; Lokalität und No-Signalling werden als bereits gesicherte Konsistenzanforderungen übernommen.<sup>5 6</sup> Fragen der Skalenführung, Renormierung und der kosmischen Großskalendynamik werden bewusst ausgelagert, weil sie zusätzliche, regimeabhängige Kalibrationsflüsse betreffen.<sup>7 8</sup>

### VI.1.4 Beitrag gegenüber Standard-Relativitätstheorie

Der FBA ersetzt die ART nicht durch eine alternative „Geometrie-Postulation“, sondern versucht, die geometrische Sprache als *Verdichtung* operativer Budget- und Kalibrationsaussagen zu rekonstruieren: Gravitation wird als emergente, messprotokollgebundene Geometrie lesbar, deren zentrale Effekte (Zeitdilatation, freier Fall, Redshift) direkt an Budgetproxies gekoppelt sind. Dadurch wird nicht nur die ART-Nähe im passenden Regime erklärbar, sondern es entstehen zugleich zusätzliche Konsistenz- und Pass/Fail-Kriterien, über die Abweichungen präzise lokalisierbar werden.<sup>9</sup>

### VI.1.5 Lesefaden

- **Kapitel VI.2 - Grundlagen & Konventionen** bündelt die importierten Grundlagen so, dass die gravitative Ableitung ohne Zirkularität auskommt: Wir benutzen nur Bausteine, die bereits operativ fixiert sind, und markieren damit klar, was hier *nicht* neu angenommen wird.
- **Kapitel VI.3 - Verbindungen zwischen Budgetflüssen und Geometrie** ist der konzeptuelle Kern: Hier wird der Übergang von Budgetflüssen zu einem geometrischen Proxy vollzogen, weil erst dadurch „Gravitation“ als eindeutig identifizierbare Abweichung vom Referenzlikes formulierbar wird.
- **Kapitel VI.4 - Kontinuumslikes und Feldgleichungen** liefert die notwendige Schließung: Einzelphänomene werden zu einer Feldbeschreibung verdichtet, damit der

---

<sup>4</sup>Siehe FBA Teil II: Zeit, Eigenzeit & Minkowski-Geometrie, Kap. II.10–II.12.

<sup>5</sup>Siehe FBA Teil IV: Dynamik & Messung (GKLS), Kap. IV.3–IV.7.

<sup>6</sup>Siehe FBA Teil V: Raumzeit, Lichtkegel & lokale Feldtheorie, Kap. V.4–V.6.

<sup>7</sup>Siehe FBA Teil VII: Konstanten, Skalen & Renormierung, Kap. VII.1–VII.4.

<sup>8</sup>Siehe FBA Teil IX: Kosmische Dynamik, Time Dilation & Inflation (TDI), Kap. IX.2–IX.6.

<sup>9</sup>Siehe FBA Teil X: Vorhersagen, Falsifizierbarkeit & Brücke FBA → QM ↔ ART, Kap. X.4–X.8.

Vergleich zur ART nicht auf Analogien, sondern auf Gleichungsstruktur im Kontinuumslimites beruht.

- **Kapitel VI.5 - Horizonte und Redshift** behandelt Horizonte und Redshift als Grenzfälle derselben Proxy-Struktur, weil gerade diese Extremregime die schärfsten, beobachtbaren Konsequenzen liefern.
- **Kapitel VI.6 - Tests und Vorhersagen** übersetzt die zuvor gewonnenen Beziehungen in Testsignaturen und Vergleichsprotokolle, damit der Ansatz nicht bei Plausibilität stehenbleibt, sondern falsifizierbar wird.
- **Kapitel VI.7 - Zusammenfassung und Ausblick** fasst die Ableitungskette kompakt zusammen und zeigt, welche Erweiterungen im Rahmen der Reihe als nächstes notwendig sind (Skalenführung, Kosmologie, Brückentests).

## VI.2 Vorangestellte Grundlagen & Konventionen (Import aus Teil I: FBA - Grundlagen)

**Warum ein Import?** In Teil VI wollen wir Gravitation nicht als zusätzliche geometrische Struktur annehmen, sondern als kontrollierte Abweichung vom flachen Referenzlimes rekonstruieren. Damit diese Rekonstruktion nicht unbemerkt Zirkelschlüsse enthält, müssen Abfolge, Bilanz, Kalibration, Eigenzeit sowie die zulässige Dynamik unter Komposition bereits feststehen. Genau das leistet Teil I als Fundament.<sup>10</sup>

In diesem Sinne importieren wir das Fundament aus Teil I vollständig.<sup>11</sup> Die folgende Box listet die Bausteine, die in Teil VI *explizit* als Werkzeuge auftreten, damit später klar bleibt, welche Aussagen hier als Konsequenzen erscheinen und nicht als verdeckte Neudefinitionen.

---

<sup>10</sup>Siehe FBA Teil I: FBA - Grundlagen, Kap. I.2–I.6.

<sup>11</sup>Siehe FBA Teil I: FBA - Grundlagen, Kap. I.2–I.6.

## Importierte Bausteine (unverändert)

Wir übernehmen die folgenden Bausteine *ohne* Neudefinition aus den FBA - Grundlagen und verweisen *im Text* auf Kapitel/Box und Überschrift/Titel:

- **Abfolge globaler Zustände & Minimalereignisse:** *FBA - Grundlagen*, Kapitel I.2 „Globale Zustände, Frame-Folge und Minimalereignis (ME)“; *FBA - Grundlagen*, Kapitel/Box I.2 „Koaktualität und Refinement-Invarianz“.
- **Differenzfunktion & operative Minimaldifferenz:** *FBA - Grundlagen*, Box I.2 „Differenzfunktion & operative Minimaldifferenz“.
- **Budget-Kalkül (intern/extern/irreversibel) & Bilanz:** *FBA - Grundlagen*, Kapitel/Box I.3 „Ein-Schritt-Budget & Zerlegung“; *FBA - Grundlagen*, Formelkasten I.3 „Bilanzgleichungen“; *FBA - Grundlagen*, Lemma I.3 „Refinement-Invarianz der Bilanz“.
- **Externe Kalibration & Front:** *FBA - Grundlagen*, Definition I.3 „Kalibration und Frontkosten“; *FBA - Grundlagen*, Lemma I.3 „Frontschranke“; *FBA - Grundlagen*, Korollar I.3 „Signalfront“.
- **Eigenzeit & Altern, Minkowski-Limes:** *FBA - Grundlagen*, Definition I.4 „Eigenzeit (proper time)“; *FBA - Grundlagen*, Formelkasten I.4 „Eigenschaften der Eigenzeit“; *FBA - Grundlagen*, Definition I.4 „Alterung (irreversibel)“; *FBA - Grundlagen*, Formelkasten I.4 „Minkowski-Limes & Quadrik“; *FBA - Grundlagen*, Lemma I.4 „Zeitdilatation“.
- **Zulässige Dynamik (CPTP/GKLS), DPI/Spohn:** *FBA - Grundlagen*, Definition I.5 „Admissible Channels (CPTP)“; *FBA - Grundlagen*, Formel I.5 „Kraus/Stinespring“; *FBA - Grundlagen*, Lemma I.5 „Messung als CPTP“; *FBA - Grundlagen*, Definition I.5 „GKLS-Generatoren (offene Systeme)“; *FBA - Grundlagen*, Formel I.5 „Spohn-Monotonie“; *FBA - Grundlagen*, Lemma I.5 „Semigroup-Budget“; *FBA - Grundlagen*, Definition/Korollar I.5 „DPI-Pfeil & No-Recovery“.
- **Komposition, Lokalität & No-Signalling:** *FBA - Grundlagen*, Definition I.6 „Symmetrisch-monoidale Struktur“; *FBA - Grundlagen*, Formel I.6 „Budget-Additivität“; *FBA - Grundlagen*, Lemma I.6 „No-Wire-Inflation & lokale Operationen“; *FBA - Grundlagen*, Korollar I.6 „Kausalkegel & lokale GKLS“.

Damit ist festgelegt, was in Teil VI als operativ erlaubt gilt und wie die Referenzkausalität kalibriert ist.<sup>12</sup> Als nächstes fixieren wir die Notation so, dass die späteren Konstruktionen (Krümmungs-Proxy, Geodäten, Zeitdilatation) nicht an Symbolwahl oder an Mischungen von Diskret- und Limes-Aussagen hängen, sondern an eindeutig identifizierbaren Budgetgrößen.

---

<sup>12</sup>Siehe FBA Teil I: FBA - Grundlagen, Kap. I.2–I.6.

## Notation & Konventionen

- **Diskret vs. Kontinuum:** Schrittindex  $n \in \mathbb{Z}$  für aufeinanderfolgende Frames.  $\Delta(\cdot)$  bezeichnet diskrete Schrittkremente (z.B.  $\Delta b_n$ ),  $d(\cdot)$  differentielle Größen im Kontinuumsimes.

- **Budget-Zerlegung (Schrittform  $\rightarrow$  Pfadform):** Pro Schritt  $\Delta b_n^{\text{int}}$ ,  $\Delta b_n^{\text{ext}}$ ,  $\Delta b_n^{\text{irr}}$  (intern/extern/irreversibel). Entlang einer Weltlinie  $\Gamma$ :

$$B^{(\cdot)}(\Gamma) = \sum_n \Delta b_n^{(\cdot)} \quad \text{bzw. im Limes} \quad B^{(\cdot)}(\Gamma) = \int_{\Gamma} db^{(\cdot)}.$$

Irreversibilität:  $db^{\text{irr}} \geq 0$ .

- **Eigenzeit-/Alterungs-Kalibration (Import aus Teil I):**  $\kappa_{\tau}$  ist die (metrologisch fixierte) Zeit-Kalibration für interne/irreversible Budgetanteile. Wir definieren im Limes

$$d\tau_{\text{geo}} \equiv \frac{db^{\text{int}}}{\kappa_{\tau}}, \quad dA \equiv \frac{db^{\text{irr}}}{\kappa_{\tau}} \geq 0, \quad d\tau_{\text{tot}} = d\tau_{\text{geo}} + dA.$$

Im reversiblen Grenzfall gilt  $db^{\text{irr}} = 0$  und damit  $\tau_{\text{tot}} = \tau_{\text{geo}}$ .<sup>a</sup>

- **Kalibration der Frontgeschwindigkeit:**  $\kappa_t$  und  $\kappa_x$  sind die externen Kalibrationen des Front-Protokolls; die schnellste zulässige Front definiert

$$c := \frac{\kappa_t}{\kappa_x},$$

d.h.  $c$  wird nicht postuliert, sondern über das definierte Front-Protokoll metrologisch fixiert. (*Keine*  $c=1$ -Einheiten in dieser Abhandlung.)<sup>b</sup>

- **Raumzeit-Sprache (flach, kinematisch):** Vierervektor  $x^{\mu} = (ct, x, y, z)$ ; Minkowski-Signatur  $\eta = \text{diag}(-1, 1, 1, 1)$ , so dass  $\eta_{\mu\nu} dx^{\mu} dx^{\nu} = -c^2 dt^2 + dx^2 + dy^2 + dz^2$ . *Lichtkegel* durch  $\eta_{\mu\nu} dx^{\mu} dx^{\nu} = 0$ .<sup>c</sup>
- **Weltlinien & Pfade:**  $\gamma$  bezeichnet eine Weltlinie eines Systems durch die Frame-Abfolge; Konkatenation  $\Gamma = \Gamma_1 \circ \Gamma_2$ . Alle integrierten Budgets (und damit  $\tau_{\text{geo}}, A, \tau_{\text{tot}}$ ) sind additiv unter Konkatenation.<sup>d</sup>
- **Komposition/Lokalität:** Parallele Komposition  $\otimes$ ; serielle Komposition  $\circ$ . Lokale CPTP-Operationen respektieren No-Signalling und Budget-Additivität.<sup>e</sup>
- **Zeichenkonventionen:** Vektornormen  $\|\cdot\|$ ; euklidische Skalarprodukte „ $\cdot$ “ im Raum; Erwartungswerte  $\mathbb{E}[\cdot]$ ; Supremum  $\sup$ .

<sup>a</sup>Siehe FBA Teil I: FBA - Grundlagen, Kap. I.4 (Eigenzeit, Alterung, Minkowski-Limes).

<sup>b</sup>Siehe FBA Teil I: FBA - Grundlagen, Kap. I.3 (Kalibration/Frontkosten, Signalfrent).

<sup>c</sup>Siehe FBA Teil I: FBA - Grundlagen, Kap. I.4 („Minkowski-Limes & Quadrik“).

<sup>d</sup>Siehe FBA Teil I: FBA - Grundlagen, Kap. I.2–I.4 (Abfolge, Bilanz, Eigenzeit).

<sup>e</sup>Siehe FBA Teil I: FBA - Grundlagen, Kap. I.5–I.6 (CPTP/GKLS, Komposition, No-Signalling).

## VI.3 Verbindungen zwischen Budgetflüssen und Geometrie

Bis hierher ist die Raumzeit-Sprache im FBA als *Referenzlimes* festgelegt: Minkowski-Geometrie dient als kalibrierte Bühne, auf der Eigenzeit als integrierter interner Budgetanteil operationalisiert wird und Fronten die metrologische Fixierung von  $c$  liefern.<sup>13</sup> Genau an dieser Stelle wird Gravitation im FBA zu einer zwingenden Anschlussfrage: Sobald Budgetdichten und Budgetflüsse *nicht* homogen sind, können die in Teil I fixierten Kalibrationen nicht mehr als global konstant behandelt werden. Dann müssen Uhrenvergleiche, freie Bewegung und Signalpropagation ortsabhängig ausfallen, obwohl die Referenzbühne weiterhin flach bleibt.

Dieses Kapitel ist deshalb bewusst kinematisch: Wir konstruieren eine *effektive Geometriesprache*, die genau jene ortsabhängigen Kalibrationseffekte bündelt, die aus Budgetinhomogenitäten folgen. Die dynamische Schließung in Form feldgleichungsartiger Beziehungen wird erst in Kapitel VI.4 vorgenommen.

### VI.3.1 Budgetflüsse als Krümmungsquellen

Der zentrale Schritt ist, eine Größe zu identifizieren, die erstens aus dem Budget-Kalkül stammt und zweitens direkt an beobachtbare Effekte gekoppelt ist. Dafür eignet sich nicht irgendein Tensoransatz, sondern diejenige Größe, die Uhrenraten und Frontkalibration zusammenführt: die *ortsabhängige Lapse* als Verhältnis von geometrischer Eigenzeit zu Koordinatenzeit für einen ruhenden Beobachter. Diese Größe ist messbar über lokale Uhrvergleiche, ohne dass bereits eine Feldgleichung vorausgesetzt wird.

Aus dieser Lapse ergibt sich dann eine effektive Metrik, und daraus wiederum eine effektive Verbindung. Erst damit kann man sinnvoll sagen, in welchem präzisen Sinn Budgetgradienten wie Krümmung wirken, ohne Krümmung als Grundannahme einzuführen.[1, 2]

---

<sup>13</sup>Siehe FBA Teil I: FBA - Grundlagen, Kap. I.3–I.4.

### Formelkasten VI.3.1.1: Krümmungs-Proxy aus Budget-Lapse

Wir definieren in einer Region mit  $\alpha(x) > 0$  für ruhende Beobachter (kein räumlicher Drift relativ zur gewählten Koordinatenzeit  $t$ , d.h.  $d\mathbf{x} = 0$ ) die ortsabhängige *Budget-Lapse*

$$\alpha(x) \equiv \left. \frac{d\tau_{\text{geo}}}{dt} \right|_{\text{rest}},$$

wobei  $t$  die über Fronten kalibrierte Koordinatenzeit ist und  $\tau_{\text{geo}}$  die geometrische Eigenzeit (reversibel-intern) bezeichnet. (Für die folgenden Ausdrücke setzen wir  $\alpha$  lokal hinreichend glatt voraus, mindestens so, dass  $\partial_i \alpha$  existiert.)

Zur kompakten Beschreibung der kinematischen Effekte kodieren wir die ortsabhängige Kalibration in einer *effektiven* (nicht fundamental postulierten) Metrik. Im Minimalmodell, in dem eine *einzig*e skalare Proxy-Größe  $\alpha(x)$  sowohl Uhr- als auch Längenkali-  
bration isotrop organisiert, wählen wir die konforme isotrope Form

$$ds_{\text{eff}}^2 = g_{\mu\nu}^{\text{eff}} dx^\mu dx^\nu = -\alpha(x)^2 (dx^0)^2 + \alpha(x)^{-2} (dx^2 + dy^2 + dz^2), \quad (x^0 \equiv ct),$$

äquivalent geschrieben als

$$ds_{\text{eff}}^2 = -\alpha(x)^2 c^2 dt^2 + \alpha(x)^{-2} (dx^2 + dy^2 + dz^2).$$

Wir definieren die zugehörigen Christoffelsymbole  $\Gamma_{\alpha\beta}^\mu[g^{\text{eff}}]$ . (Für rein kinematische Aussagen über Uhrenraten und slow-motion genügt die lapse-getriebene Zeitkomponente; die räumliche Konformfaktorierung ist die Minimalannahme, um Lichtpropagation im selben Proxy-Rahmen konsistent mitzuführen.)

Für langsame Bewegung ( $\|\dot{\mathbf{x}}\| \ll c$ , mit  $\dot{\mathbf{x}} = d\mathbf{x}/dt$ ) ergibt sich daraus im leading-order die effektive freie Beschleunigung

$$\frac{d^2 x^i}{dt^2} \approx -c^2 \partial_i \ln \alpha(x) = -\partial_i \Phi_B(x), \quad \Phi_B(x) \equiv c^2 \ln \alpha(x),$$

so dass  $\Phi_B$  die Rolle eines budgetinduzierten Gravitationspotentials übernimmt.

Als *Krümmungs-Proxy* dient dann die durch  $\alpha$  (bzw.  $\Phi_B$ ) erzeugte effektive Krümmung von  $g^{\text{eff}}$ . Die *dynamische* Zuordnung einer Quellgröße (Einstein-/Poisson-Struktur und Normierung der Kopplung) wird erst im Kontinuumslimit fixiert, siehe Kapitel VI.4 und insbesondere Formelkästen VI.4.1.1 und VI.4.1.2.

Wichtig ist hier die Richtung der Logik: Wir führen  $\alpha$  ein, weil sie diejenige Größe ist, die Uhrenvergleiche direkt liefern. Die effektive Metrik ist danach eine komprimierte Sprache, die diese Uhrenphysik so organisiert, dass freie Bewegung und Redshift als einheitliche Konsequenzen beschrieben werden können.

## VI.3.2 Geodäten und freier Fall

Sobald  $g^{\text{eff}}$  als Kodierung der ortsabhängigen Kalibration feststeht, ist "freier Fall" im FBA nicht mehr eine zusätzliche Postulation, sondern die präzise Forderung, dass ein System ohne externe Intervention diejenige Weltlinie realisiert, die mit der budgettreuen Eigenzeitintegration kompatibel bleibt. Operational heißt das: Unter allen nahegelegenen Pfaden zwischen zwei Ereignissen wird der freie Pfad dadurch charakterisiert, dass er  $\tau_{\text{geo}}$  extremal macht, weil  $\tau_{\text{geo}}$

genau der reversible interne Budgetanteil ist, der ohne Eingriff maximal ausgeschöpft wird.<sup>14</sup> [1, 2]

### Definition VI.3.2.1: Geodäten im FBA

Eine *FBA-Geodäte* ist eine timelike Weltlinie  $\gamma$ , die (im kinematischen Proxy-Regime) die geodätische Gleichung der effektiven Metrik erfüllt:

$$\frac{d^2 x^\mu}{d\tau_{\text{geo}}^2} + \Gamma_{\alpha\beta}^\mu [g^{\text{eff}}] \frac{dx^\alpha}{d\tau_{\text{geo}}} \frac{dx^\beta}{d\tau_{\text{geo}}} = 0,$$

wobei  $\Gamma_{\alpha\beta}^\mu [g^{\text{eff}}]$  aus der effektiven Metrik bestimmt ist und damit letztlich von der Budget-Lapse  $\alpha(x)$  abhängt.

### Beweisskizze VI.3.2.1: Extremalprinzip für $\tau_{\text{geo}}$ (Idea-Chain)

Die Geodätengleichung ist die Euler-Lagrange-Gleichung des Funktionals

$$\int_\gamma d\tau_{\text{geo}} = \int \frac{1}{c} \sqrt{-g_{\mu\nu}^{\text{eff}}(x) \frac{dx^\mu}{d\lambda} \frac{dx^\nu}{d\lambda}} d\lambda,$$

wobei  $\lambda$  ein beliebiger Parameter entlang der Weltlinie ist. Wählt man  $\lambda = \tau_{\text{geo}}$  (affine Parametrisierung), erhält man direkt die geodätische Gleichung mit den Christoffelsymbolen von  $g^{\text{eff}}$ .

Damit wird der Brückenschlag transparent: Budgetinhomogenität  $\rightarrow$  ortsabhängige Lapse  $\alpha(x) \rightarrow$  effektive Verbindung  $\Gamma[g^{\text{eff}}] \rightarrow$  freie Bewegung. In dieser Reihenfolge ist klar, dass die Geodätengleichung keine neue Annahme über Gravitation einführt, sondern die Minimalforderung an "ohne Eingriff" in einer Umgebung mit ortsabhängiger Kalibration formuliert.

## VI.3.3 Gravitative Zeitdilatation

Zeitdilatation ist im FBA zunächst kein Feldphänomen, sondern eine Vergleichsaussage über integrierte Budgets: Zwei identische Uhren, die in unterschiedlichen Budgetumgebungen betrieben werden, akkumulieren unterschiedliche  $\tau_{\text{geo}}$ , obwohl sie nach demselben Frontprotokoll dieselbe Koordinatenzeit  $t$  messen. Genau deshalb ist  $\alpha(x) = d\tau_{\text{geo}}/dt$  die richtige Primärgröße: Sie übersetzt Budgetverteilung direkt in Uhrenraten.

Dabei ist die Trennung von geometrischer Eigenzeit und Alterung konzeptionell zwingend: Gravitative Dilatation betrifft die reversible Komponente  $\tau_{\text{geo}}$ . Irreversible Beiträge  $A$  können zusätzlich auftreten, sind aber nicht der gravitative Kernmechanismus.

<sup>14</sup>Siehe FBA Teil I: FBA - Grundlagen, Kap. I.3 (Bilanz) und Kap. I.4 (Eigenzeit, Alterung).

### Definition VI.3.3.1: Zeitdilatation im FBA

Für einen ruhenden Beobachter an Ort  $x$  gilt

$$d\tau_{\text{geo}} = \alpha(x) dt, \quad d\tau_{\text{tot}} = d\tau_{\text{geo}} + dA,$$

wobei  $dA \geq 0$  die irreversible Alterung ist.

Für zwei ruhende Uhren an Orten  $x_1, x_2$  folgt daraus der gravitative Uhrenratenvergleich

$$\frac{d\tau_{\text{geo}}(x_1)}{d\tau_{\text{geo}}(x_2)} = \frac{\alpha(x_1)}{\alpha(x_2)}.$$

Im schwachen Feld mit  $\alpha = 1 + \Phi_B/c^2 + o(c^{-2})$  ergibt sich die bekannte lineare Form

$$\frac{d\tau_{\text{geo}}(x_1)}{dt} - \frac{d\tau_{\text{geo}}(x_2)}{dt} \approx \frac{\Phi_B(x_1) - \Phi_B(x_2)}{c^2}.$$

Damit ist der konzeptionelle Kreis geschlossen, ohne eine dynamische Feldgleichung vorwegzunehmen:  $\alpha(x)$  ist metrologisch zugänglich, kodiert als effektive Metrik sowohl freie Bewegung als auch Zeitdilatation (und im Minimalmodell auch die Nullgeodäten-Struktur), und liefert damit den operativen Einstiegspunkt für die dynamische Schließung in Kapitel VI.4.

## VI.4 Kontinuumslimes und Feldgleichungen

Kapitel VI.3 hat eine effektive Geometriesprache eingeführt, die aus der metrologisch zugänglichen Budget-Lapse  $\alpha(x)$  eine effektive Metrik  $g^{\text{eff}}$  konstruiert. Damit sind Zeitdilatation und freier Fall als *kinematische* Konsequenzen ortsabhängiger Kalibration formulierbar. Was damit aber noch fehlt, ist die *Schließung*: Ohne eine Beziehung, die  $\alpha(x)$  beziehungsweise  $g^{\text{eff}}$  an die Budgetverteilung koppelt, bleibt die effektive Geometrie ein frei wählbarer Proxy.

Der Kontinuumslimes ist genau der Schritt, der diese Schließung ermöglicht. Er ersetzt die diskrete Buchhaltung nicht, sondern verdichtet sie zu Feldern, die lokale Aussagen tragen können: Budgetdichte, Budgetstrom und deren Quellen beziehungsweise Senken. Diese Verdichtung ist notwendig, weil nur so der Vergleich mit der ART auf der Ebene von Differentialgleichungen stattfindet, statt bei reinen Analogien stehen zu bleiben.<sup>15 16</sup>

### VI.4.1 Feldgleichungen im FBA-Limes

Im diskreten FBA ist die Bilanz pro Schritt die harte Konsistenzbedingung.<sup>17</sup> Im Kontinuumslimes wird daraus eine lokale Bilanz in Form einer Kontinuitätsgleichung: Eine Budgetdichte  $\rho_B(x)$  kann nur durch Divergenz eines Budgetstroms und durch lokale Quellen oder Senken ändern. Diese Struktur ist kein Zusatzpostulat, sondern die minimale Form, in der Refinement-Invarianz und Buchhaltung im Limes als lokale Aussage fortgeführt werden können.

Für die effektive Geometrie folgt daraus eine weitere Konsistenzanforderung: Wenn eine Feldgleichung  $g^{\text{eff}}$  an Budgetfelder koppelt und die Budgetseite im betrachteten Regime eine lokale Bilanz trägt, dann muss die geometrische Seite so gewählt sein, dass diese Bilanz nicht durch die Kopplung verletzt wird. Im Folgenden ist  $\nabla$  stets der Levi-Civita-Zusammenhang von  $g^{\text{eff}}$ .

#### Formelkasten VI.4.1.1: Effektive Feldgleichung im FBA-Limes – Teil 1

Wir fassen die im Kontinuumslimes coarse-grain-ten Budgetgrößen in einem effektiven Energie-Impuls-Proxy  $T_{\mu\nu}^{(B)}$  zusammen, der in einem lokal-inertialen Ruhesystem (orthonormale Basis) die Komponentenidentifikationen

$$T_{\hat{0}\hat{0}}^{(B)} \equiv \rho_B c^2, \quad T_{\hat{0}\hat{i}}^{(B)} \equiv c j_i^{(B)},$$

trägt, wobei  $\rho_B$  die budgetoperative Dichte und  $j^{(B)}$  der zugehörige Budgetstrom ist.

Für die folgenden Regime beschränken wir uns auf effektive Beschreibungen, in denen der betrachtete Sektor im Proxy-Sinn *geschlossen* ist, so dass die lokale Bilanz als kovariante Erhaltung formuliert werden kann,

$$\nabla^\mu T_{\mu\nu}^{(B)} = 0,$$

wobei  $\nabla$  der Levi-Civita-Zusammenhang von  $g^{\text{eff}}$  ist.

<sup>15</sup>Siehe FBA Teil X: Vorhersagen, Falsifizierbarkeit & Brücke FBA  $\rightarrow$  QM  $\leftrightarrow$  ART, Kap. X.4–X.6.

<sup>16</sup>Siehe FBA Teil VII: Konstanten, Skalen & Renormierung, Kap. VII.1–VII.3.

<sup>17</sup>Siehe FBA Teil I: FBA - Grundlagen, Kap. I.3.

## Formelkasten VI.4.1.2: Effektive Feldgleichung im FBA-Limes – Teil 2

Falls in einer konkreten Anwendung bekannte Austausch-/Quellterme auftreten ( $\nabla^\mu T_{\mu\nu}^{(B)} = J_\nu \neq 0$ ), ist dies ein Erweiterungsfall: Dann muss entweder ein entsprechend erweitertes effektives  $T_{\mu\nu}^{(B)}$  (inkl. Austauschanteilen) betrachtet werden oder die Kopplungsstruktur wird über das Minimalmodell hinaus ergänzt, so dass die Bianchi-Kompatibilität erhalten bleibt.

Unter den folgenden (ART-üblichen) Minimalannahmen ist eine Einstein-artige Kopplungsform eine besonders natürliche Wahl: (i) die linke Seite ist lokal und rein aus  $g^{\text{eff}}$  gebaut, (ii) die Gleichung ist in 4D zweiter Ordnung in den Ableitungen von  $g^{\text{eff}}$ , (iii) es werden keine zusätzlichen dynamischen Felder oder neuen Längenskalen eingeführt, (iv) die linke Seite ist (mit  $\nabla$  zu  $g^{\text{eff}}$ ) diverganzfrei. In diesem Rahmen ist  $G_{\mu\nu}^{\text{eff}}$  (ggf. plus  $\Lambda g_{\mu\nu}^{\text{eff}}$ ) die Standardwahl; zur strukturellen Einengung unter (i)–(iv) siehe z.B. Lovelock.[3] Wir wählen hier  $\Lambda = 0$  im betrachteten Regime. Als linke Seite verwenden wir daher

$$G_{\mu\nu}^{\text{eff}}[g^{\text{eff}}] \equiv R_{\mu\nu}^{\text{eff}} - \frac{1}{2} R^{\text{eff}} g_{\mu\nu}^{\text{eff}},$$

die die Bianchi-Identität  $\nabla^\mu G_{\mu\nu}^{\text{eff}} = 0$  erfüllt. Die effektive Feldgleichung lautet somit

$$G_{\mu\nu}^{\text{eff}}[g^{\text{eff}}] = \kappa_B T_{\mu\nu}^{(B)}.$$

Im statischen schwachen Feld (mit der in dieser Abhandlung verwendeten Konvention  $x^0 = ct$ ) gilt im Minimalmodell aus Formelkasten VI.3.1.1

$$g_{00}^{\text{eff}} \approx -(1 + 2\Phi_B/c^2), \quad g_{ij}^{\text{eff}} \approx (1 - 2\Phi_B/c^2)\delta_{ij}, \quad \Phi_B \equiv c^2 \ln \alpha,$$

und  $\|\dot{\mathbf{x}}\| \ll c$ . In führender Ordnung können dabei die lokal-inertialen Identifikationen für  $T_{\hat{\mu}\hat{\nu}}^{(B)}$  mit den entsprechenden Koordinatenkomponenten im Newton/PPN-Limes verwendet werden. Dann reduziert sich die 00-Komponente (mit  $\nabla^2$  als euklidischer räumlicher Laplace-Operator) zu

$$G_{00}^{\text{eff}} \approx \frac{2}{c^2} \nabla^2 \Phi_B,$$

so dass

$$\nabla^2 \Phi_B \approx \frac{\kappa_B c^4}{2} \rho_B.$$

Definiert man im Newton/PPN-Limes

$$\kappa_B \equiv \frac{8\pi G_B}{c^4} \quad (\text{äquivalent: } G_B := \frac{\kappa_B c^4}{8\pi}),$$

erhält man die Poisson-Form

$$\nabla^2 \Phi_B = 4\pi G_B \rho_B,$$

wobei  $G_B$  im schwachen Feld metrologisch durch Newton-artige Experimente fixiert wird.

Die entscheidende Aussage ist hier nicht, dass die ART einfach kopiert wird, sondern warum eine Einstein-artige Struktur im Minimalmodell naheliegt: Sobald (i) die effektive Geometrie

über  $g^{\text{eff}}$  beschrieben wird und (ii) die Budgetseite im betrachteten Regime eine lokale Bilanz in Form kovarianter Erhaltung trägt, ist eine diverganzfreie geometrische Seite eine konsistente Wahl, damit die Kopplung die Bilanzstruktur nicht verletzt. Der Kontinuumsliches liefert also nicht nur eine bequeme Sprache, sondern eine Schließung, die mit Budgetbuchhaltung im Limes kompatibel bleibt.

## VI.4.2 Einstein-ähnliche Struktur

Mit Formelkästen VI.4.1.1 und VI.4.1.2 ist der Vergleich zur ART präzise: Die Differenz liegt nicht in der Form der Gleichung, sondern in der Herkunft der rechten Seite und in der Interpretation der linken Seite. Im Standardbild ist  $g_{\mu\nu}$  fundamental dynamisch. Im FBA ist  $g_{\mu\nu}^{\text{eff}}$  ein Proxy, der aus kalibrations- und uhrenbasierten Budgetgrößen konstruiert wird, und die ‘‘Materieseite’’  $T_{\mu\nu}^{(B)}$  ist ein coarse-grain-ter Ausdruck von Budgetflüssen und deren Verteilung.

### Definition VI.4.2.1: Einstein-ähnliche Struktur im FBA

Für den formalen Vergleich mit der Einstein-Struktur setzen wir (als Vergleichsidentifikation)

$$T_{\mu\nu} \equiv T_{\mu\nu}^{(B)}, \quad \kappa \equiv \kappa_B = \frac{8\pi G_B}{c^4},$$

so dass die effektive Feldgleichung die Einstein-Form

$$R_{\mu\nu}^{\text{eff}} - \frac{1}{2} R^{\text{eff}} g_{\mu\nu}^{\text{eff}} = \kappa T_{\mu\nu}$$

annimmt.

Dabei ist die zentrale FBA-Aussage:  $T_{\mu\nu}$  wird nicht als unabhängige Materie-Postulation eingeführt, sondern als Proxy der Budgetdichte und Budgetströme im Kontinuumsliches, während  $g_{\mu\nu}^{\text{eff}}$  diejenige Geometriesprache ist, die Uhrenraten, Redshift und freie Bewegung konsistent zusammenfasst.

Damit ist die ART-Nähe als Regimeaussage greifbar: Wenn die coarse-grain-ten Budgetgrößen die üblichen Energie-Impuls-Symmetrien und Erhaltungsstrukturen tragen und wenn  $\alpha(x)$  beziehungsweise  $g^{\text{eff}}$  in einem schwachen Feld durch  $\Phi_B$  parametrisiert werden kann, fällt die effektive Beschreibung in diesem Regime mit der Einstein-Struktur zusammen. Wo diese Voraussetzungen brechen, erwartet der FBA kontrollierte Abweichungen, die in Kapitel VI.6 als Testsignaturen formuliert werden.

## VI.5 Horizonte und Redshift

Mit der effektiven Geometriesprache aus Kapitel VI.3 und der dynamischen Schließung aus Kapitel VI.4 sind nun zwei Dinge zugleich möglich: Wir können erstens präzise sagen, wann die metrologisch fixierte Frontstruktur an einer Fläche im Proxy-Sinn “kippt” und damit eine effektive Horizontfläche entsteht, und wir können zweitens den beobachtbaren Frequenzshift als reinen Uhren- und Frontvergleich ausdrücken. Beides sind Grenzfälle derselben Proxy-Struktur:  $\alpha(x)$  kontrolliert sowohl die lokale Uhrkalibration relativ zur frontkalibrierten Koordinatenzeit  $t$  als auch (im Minimalmodell) die Nullkegelstruktur der effektiven Metrik.[1, 2]

### VI.5.1 Horizonte im FBA

Im FBA ist ein Horizont im hier verwendeten Sinne keine von außen angesetzte Entität, sondern die operative Aussage, dass es ab einer bestimmten Fläche im Proxy-Regime keine zulässige Signalkette mehr gibt, die von innen nach außen trägt. Diese Aussage muss sich an der Frontkalibration messen, weil  $c$  genau die über das Frontprotokoll fixierte Maximalgeschwindigkeit für Informationsfronten ist.

Im kinematischen Setup dieser Abhandlung kodiert die Budget-Lapse  $\alpha(x)$  den Zusammenhang zwischen Koordinatenzeit  $t$  (frontkalibriert) und geometrischer Eigenzeit  $\tau_{\text{geo}}$  (reversibel-intern), siehe Formelkasten VI.3.1.1 und Definition VI.3.3.1. Damit lässt sich eine Proxy-Horizontbedingung direkt aus dem Nullkegel der effektiven Metrik ableiten, ohne zusätzliche dynamische Annahmen.

#### Definition VI.5.1.1: Horizonte im FBA (kinematischer Proxy)

Wir betrachten (im kinematischen Proxy-Regime ohne Shift-/Drift-Terme) die effektive Metrik aus Formelkasten VI.3.1.1

$$ds_{\text{eff}}^2 = -\alpha(x)^2 c^2 dt^2 + \alpha(x)^{-2} d\ell^2, \quad d\ell^2 \equiv dx^2 + dy^2 + dz^2,$$

wobei  $t$  und die räumlichen Koordinaten durch dasselbe frontmetrologische Protokoll als Referenzchart fixiert sind. Für eine Signalfont gilt  $ds_{\text{eff}}^2 = 0$ , also

$$0 = -\alpha(x)^2 c^2 dt^2 + \alpha(x)^{-2} d\ell^2 \implies \frac{d\ell}{dt} = \alpha(x)^2 c.$$

Eine Fläche  $H$  nennen wir eine *effektive Horizontfläche* im kinematischen Proxy-Sinn, wenn für nach außen gerichtete Nullpfade die frontkalibrierte Ausbreitung nach außen kollabiert, d.h.

$$\alpha(x) \rightarrow 0 \quad \text{für } x \rightarrow H,$$

so dass  $\frac{d\ell}{dt} \rightarrow 0$ . Operativ heißt das: Nach außen gerichtete Signalfonten werden im Grenzbereich zu  $H$  in der Koordinatenzeit  $t$  asymptotisch “eingefroren” (die für die Außenregion relevante Signalkopplung bricht effektiv ab).

Diese Formulierung macht auch den Zusammenhang zur “Limitierung der Budgetflüsse” sauber: Nicht ein dimensionsunklarer Gradient wird mit  $c$  verglichen, sondern die tatsächlich relevante, metrologisch kalibrierte Größe ist die Koordinatenausbreitung einer Nullfront. Horizonte markieren daher jene Orte, an denen die Proxy-Geometrie den Informationsabfluss

nach außen operativ abschneidet. In allgemeineren Situationen (z.B. mit effektiven Shift-Terms oder nicht-isotroper Proxy-Struktur) wird die Horizontbedingung durch die jeweilige Nullkegelstruktur modifiziert; die Logik bleibt aber identisch: Eine effektive Horizontfläche ist dort, wo nach außen gerichtete Nullfronten nicht mehr nach außen tragen.<sup>18</sup>

## VI.5.2 Redshift

Redshift ist im FBA die direkte Beobachtung derselben Budget-Lapse: Wenn  $\alpha(x)$  orts- oder zeitabhängig ist, dann sind Frequenzen, die durch lokale Uhren referenziert werden, nicht global invariant. Der entscheidende Punkt ist, dass der Effekt im stationären Proxy-Regime ohne zusätzliche Dynamikannahmen auskommt: Er folgt aus dem Vergleich von (i) entlang einer Nullfront transportierter Phase und (ii) lokaler Uhrkalibration über  $\tau_{\text{geo}}.[1, 2]$

Im stationären Fall kann man den Shift direkt aus der Zeitkalibration der effektiven Metrik lesen: Eine ruhende Uhr misst  $d\tau_{\text{geo}} = \alpha(x) dt$ , also ist die lokal gemessene Frequenz (bei gleicher Koordinatenphase) proportional zu  $1/d\tau_{\text{geo}}$ . Damit wird der Shift zum Verhältnis der Lapsefaktoren.

### Definition VI.5.2.1: Redshift im FBA

Für eine stationäre Situation mit effektiver Metrik aus Formelkasten VI.3.1.1  $ds_{\text{eff}}^2 = -\alpha(x)^2 c^2 dt^2 + \alpha(x)^{-2} dl^2$  gilt für zwei ruhende Beobachter bei Emission  $x_{\text{em}}$  und Beobachtung  $x_{\text{obs}}$  der gravitative Redshift

$$\frac{\nu_{\text{obs}}}{\nu_{\text{em}}} = \frac{\alpha(x_{\text{obs}})}{\alpha(x_{\text{em}})}, \quad 1 + z \equiv \frac{\nu_{\text{em}}}{\nu_{\text{obs}}} = \frac{\alpha(x_{\text{em}})}{\alpha(x_{\text{obs}})}.$$

Insbesondere folgt: Wenn  $x_{\text{em}}$  gegen eine effektive Horizontfläche  $H$  mit  $\alpha(x) \rightarrow 0$  geht, dann divergiert  $1 + z \rightarrow \infty$ . Damit ist  $H$  als Grenzfall unendlicher Rotverschiebung derselben Proxy-Struktur charakterisiert.

Für kosmologische Rotverschiebung kommt eine echte Zeitabhängigkeit der großskaligen Kalibration hinzu. Diese wird im Rahmen der Reihe separat behandelt, weil sie Skalenführung und kosmische Dynamik benötigt, die in dieser Abhandlung bewusst ausgeklammert sind.<sup>19</sup> Hier reicht die stationäre Aussage: Redshift ist im FBA primär ein Lapse-Effekt, und effektive Horizonte sind genau die Stellen, an denen dieser Effekt in eine operative Entkopplung umschlägt.

<sup>18</sup>Siehe FBA Teil V: Raumzeit, Lichtkegel & lokale Feldtheorie, Kap. V.3–V.6.

<sup>19</sup>Siehe FBA Teil IX: Kosmische Dynamik, Time Dilation & Inflation (TDI), Kap. IX.2–IX.6.

## VI.6 Tests und Vorhersagen

Die Abschnitte Kapitel VI.3 bis VI.5 haben zwei Dinge geliefert, die für Tests entscheidend sind: erstens eine metrologisch zugängliche Proxy-Größe  $\alpha(x)$  (Uhrenratenfaktor) und daraus abgeleitet  $g_{\mu\nu}^{\text{eff}}$ , zweitens eine Schließung im Kontinuumsimes über  $T_{\mu\nu}^{(B)}$  und die Kopplung  $\kappa_B$ . Für Vergleiche im schwachen Feld verwenden wir zusätzlich eine *Newton-/PPN-Kalibration*  $G_B$ , d.h. den aus  $\kappa_B$  (und der konkreten Proxy-Zuordnung) extrahierten Effektivparameter, der die Standard-Observablen im Newton/PPN-Regime parametrisiert (vgl. Formelkästen VI.4.1.1 und VI.4.1.2). Damit ist der FBA nicht nur interpretativ, sondern operativ testbar: Man misst  $\alpha$  und die daraus folgende Licht- und Teilchenkinematik und prüft, ob eine einheitliche Kopplung  $\kappa_B$  (bzw. ihr Newton-Limes  $G_B$ ) diese Daten konsistent erklärt.

Die hier skizzierten Testpfade sind bewusst so formuliert, dass sie ohne zusätzliche Modellierungsschichten auskommen. Ausführliche Testarchitekturen, inklusive Brückenkriterien und Falsifizierbarkeitslogik, werden in Teil X systematisch zusammengeführt.<sup>20</sup> Fragen einer möglichen Skalenabhängigkeit von  $\kappa_B$  (und damit auch des daraus abgeleiteten  $G_B$ ) sowie effektiven Kopplungen gehören in Teil VII: Konstanten, Skalen & Renormierung.<sup>21</sup>

### VI.6.1 Vergleich mit Standardmodellen

Ein Vergleich mit der ART ist im FBA nur dann aussagekräftig, wenn er nicht bei der Formähnlichkeit der Gleichungen stehen bleibt, sondern auf identische Observablen abbildet. Die natürliche Vergleichsebene sind daher Uhren- und Signalexperimente: Zeitdilatation, Redshift, Laufzeiten und Ablenkungswinkel. Diese Größen hängen im FBA direkt an  $\alpha(x)$  und  $g_{\mu\nu}^{\text{eff}}$ , siehe Formelkasten VI.3.1.1 und Definitionen VI.3.3.1 und VI.5.2.1.

Im schwachen Feld bedeutet ART-Nähe konkret: Es muss ein (aus  $\kappa_B$  abgeleiteter) Effektivparameter  $G_B$  geben, so dass  $\Phi_B = c^2 \ln \alpha$  dieselben Post-Newton-Observablen reproduziert, die in der ART durch das entsprechende metrische Potential erzeugt werden. Abweichungen sind dann nicht vage, sondern erscheinen als systematische Restterme in den üblichen Tests (Uhrenvergleich, Linsenprofile, Shapiro-Verzögerung, Bahnpräzession). Für die Standard-Parametrisierung im PPN-Regime vgl. Will.[4]

---

<sup>20</sup>Siehe FBA Teil X: Vorhersagen, Falsifizierbarkeit & Brücke FBA  $\rightarrow$  QM  $\leftrightarrow$  ART, Kap. X.4–X.8.

<sup>21</sup>Siehe FBA Teil VII: Konstanten, Skalen & Renormierung, Kap. VII.1–VII.4.

### Definition VI.6.1.1: Vergleich der Krümmungs- und Proxy-Vorhersagen

Ein direkter Vergleich FBA vs. ART erfolgt über dieselbe Observablenkette:

$$\alpha(x) \Rightarrow g_{\mu\nu}^{\text{eff}}(x) \Rightarrow (\text{Nullkegel/Nullgeodäten, Geodäten, Redshift, Lensing}).$$

Im Minimalmodell mit der in Formelkasten VI.3.1.1 gewählten isotropen Proxy-Metrik gilt im schwachen Feld  $\alpha = 1 + \Phi_B/c^2 + o(c^{-2})$  und damit (in den verwendeten Koordinaten)

$$g_{00}^{\text{eff}} = -(1 + 2\Phi_B/c^2) + o(c^{-2}), \quad g_{ij}^{\text{eff}} = (1 - 2\Phi_B/c^2)\delta_{ij} + o(c^{-2}).$$

Damit werden im führenden Post-Newton-Regime sowohl Uhrenraten/Redshift als auch Nullgeodäten-Effekte (Lichtablenkung, Shapiro-Laufzeit) durch dieselbe Potentialgröße  $\Phi_B = c^2 \ln \alpha$  kontrolliert. Insbesondere entspricht dies im führenden Term der Standard-PPN-Struktur mit  $\gamma = 1$  (Abweichungen erscheinen als Residuen).[4]

Praktisch heißt das:

- **Uhrenvergleich:** Messe  $\alpha(x)$  über lokale Ratenvergleiche ruhender Uhren und prüfe, ob ein einheitliches  $\Phi_B = c^2 \ln \alpha$  die beobachteten Dilatationen konsistent beschreibt.
- **Lichtpropagation:** Bestimme aus  $g^{\text{eff}}$  die Nullgeodäten und vergleiche Ablenkungswinkel und Laufzeiten (Shapiro-Delay) mit den Standardvorhersagen.
- **Materiebewegung:** Bestimme aus  $g^{\text{eff}}$  die (timelike) Geodäten und vergleiche Bahnparameter (Präzession, Perihelverschiebung) in einem Regime, in dem Nicht-Gravitationskräfte kontrollierbar sind.

Übereinstimmung in diesen Kanälen ist die *notwendige*, aber nicht hinreichende Regimeprüfung für ART-Nähe. Systematische Residuen lokalisieren, ob (i) die Proxy-Zuordnung  $T_{\mu\nu}^{(B)} \mapsto$  Materie-/Stressenergie-Proxy, (ii) die Extraktion des Newton-Limes  $G_B$  aus  $\kappa_B$ , oder (iii) eine skalenabhängige Führung der effektiven Kopplungen (Teil VII) präzisiert werden muss.

## VI.6.2 Vorhersagen für experimentelle Tests

Die stärksten FBA-spezifischen Tests sind jene, die zugleich (i) den Uhrenratenfaktor  $\alpha$  betreffen und (ii) die Feldschließung über  $T_{\mu\nu}^{(B)}$  herausfordern. Zwei natürliche Klassen sind Gravitationswellen (dynamische, propagierende Störungen in einem geeigneten Erweiterungsregime) und kosmologische Parameter (langsame, großskalige Zeitabhängigkeiten). Beide gehen über statische Potentialtests hinaus und prüfen, ob der Proxy-Charakter der Geometrie auch in dynamischen Regimen konsistent bleibt.

### Definition VI.6.2.1: Gravitationswellen als dynamischer Testkanal

In einer dynamischen Erweiterung des hier verwendeten Proxy-Rahmens können Gravitationswellen als propagierende Störungen der effektiven Geometrie  $g_{\mu\nu}^{\text{eff}}$  beschrieben werden, also als Moden von  $\alpha(x, t)$  (und ggf. weiterer Proxy-Felder), deren Dynamik mit der Schließung Formelkästen VI.4.1.1 und VI.4.1.2 kompatibel sein muss.

Damit ergeben sich drei robuste Vergleichsfragen, die ohne Detailmodell bereits testbar sind:

- **Ausbreitungsgeschwindigkeit:** Propagieren die dominanten Moden entlang der durch das Frontprotokoll kalibrierten Kegelstruktur, also effektiv mit  $c$  als Grenzgeschwindigkeit?
- **Dispersion und Dämpfung:** Treten frequenzabhängige Laufzeiten oder zusätzliche Dämpfung auf, die sich nicht als Detektoreffekt oder Materieumgebung erklären lassen?
- **Polarisation/Modeninhalte:** Reicht im Vakuum-/Schwachfeldregime die ART-artige Tensorstruktur (zwei tensoriale Polarisationsmoden) aus, oder erzwingt die Proxy-Zuordnung zusätzliche effektive Moden in bestimmten Kopplungsregimen?

Ein FBA-Regime, das die ART im Vakuumlimit reproduziert, muss hier ART-kompatible Antworten liefern. Jede stabile Abweichung wirkt als direkte Einschränkung der zulässigen Proxy-Zuordnung und der effektiven Kopplungen.[4]

### Definition VI.6.2.2: Kosmologische Parametrisierung als großskaliger Test

Kosmologische Tests prüfen, ob die großskalige Zeitabhängigkeit der Proxy-Geometrie konsistent aus Budgetflüssen hervorgeht. In einem homogen-isotropen Ansatz wird die beobachtbare Rotverschiebung typischerweise über einen Skalenfaktor  $a(t)$  parametrisiert:

$$1 + z = \frac{a(t_{\text{obs}})}{a(t_{\text{em}})}.$$

Hier bezeichnet  $t$  die kosmische Zeit comovierender Beobachter in der *effektiven* Beschreibung; im FBA ist die Aussage nicht, dass  $a(t)$  postuliert wird, sondern dass eine effektive Beschreibung dieser Form aus der zeitabhängigen Budget-Lapse und der großskaligen Budgetdichte ableitbar sein muss.

Operativ bedeutet das:

- **Konsistenz von  $z$  und Uhrenraten:** Rotverschiebung und kosmische Zeitdilatation müssen dieselbe zugrunde liegende Proxy-Struktur teilen, statt unabhängig parametrisiert zu werden.
- **Horizontdiagnostik:** Großskalige Horizontphänomene erscheinen als Grenzverhalten der effektiven Lapse, analog zu Definition VI.5.1.1.
- **Parameterbindung:** Eine einmal kalibrierte Kopplung darf nicht beliebig zwischen lokalen Gravitationstests und kosmologischen Fits wechseln, ohne dass dies über Skalenführung begründet ist.

Die detaillierte Ausarbeitung dieser Dynamik, inklusive der Verbindung zur Standardformel und zur Time-Dilation-Inflation (TDI), ist Gegenstand von Teil IX.<sup>a</sup>

---

<sup>a</sup>Siehe FBA Teil IX: Kosmische Dynamik, Time Dilation & Inflation (TDI), Kap. IX.2–IX.6.

Damit ist die Testlogik in Teil VI vollständig im Lesepfad verankert:  $\alpha$  liefert die direkt messbare Eintrittsstelle,  $g^{\text{eff}}$  organisiert die Kinematik (inkl. Nullgeodäten), und die Feldschließung über  $T_{\mu\nu}^{(B)}$  entscheidet, ob eine einheitliche Kopplung die Daten über Regime hinweg konsistent trägt.

## VI.7 Zusammenfassung und Ausblick

Diese Abhandlung hatte ein klares Ziel: Gravitation im FBA nicht als zusätzliche Struktur einzuführen, sondern als robuste Konsequenz inhomogener Budgetflüsse auf einer weiterhin flachen Referenzbühne zu rekonstruieren. Der Lesepfad war dabei bewusst so gewählt, dass jedes neue Objekt eine konkrete operative Lücke schließt: Zuerst die messbare Uhrengroße  $\alpha$ , daraus die effektive Geometriesprache, anschließend die dynamische Schließung im Kontinuumslikes und schließlich die Grenzfälle, in denen die Proxy-Struktur besonders scharf wird.

### VI.7.1 Zusammenfassung der Hauptpunkte

Der zentrale konzeptionelle Gewinn ist die Entkopplung von *Sprache* und *Ursprung*: Die ART-Geometrie dient im passenden Regime als effiziente Sprache, aber ihre tragenden Effekte werden im FBA aus Budgetbuchhaltung und Kalibration rekonstruiert. Das wird besonders deutlich an drei Knotenpunkten: (i) Uhrvergleich als Primärbeobachtung, (ii) freier Fall als Extremalprinzip für  $\tau_{\text{geo}}$ , (iii) Feldgleichungen als Schließung, sobald lokale Bilanz im Kontinuumslikes verlangt ist.

#### Zusammenfassung der FBA-Ergebnisse

Die Ableitungskette dieser Abhandlung lässt sich als kompakter Proxy-Pfad lesen:

- **Uhrenrate als Primärgröße:** Die Budget-Lapse  $\alpha(x) = d\tau_{\text{geo}}/dt$  ist der metrologische Eintrittspunkt und organisiert Zeitdilatation und lokale Kalibration, siehe Formelkasten VI.3.1.1 und Definition VI.3.3.1.
- **Effektive Geometriesprache:** Aus  $\alpha$  folgt eine effektive Metrik  $g_{\mu\nu}^{\text{eff}}$ , die Nullkegel, Redshift und freie Bewegung in einer konsistenten Sprache bündelt, siehe Formelkasten VI.3.1.1 und Definition VI.5.2.1.
- **Freier Fall als Konsequenz:** Geodäten erscheinen als Extremalpfade von  $\tau_{\text{geo}}$  und nicht als zusätzliches Postulat, siehe Definition VI.3.2.1.
- **Schließung im Kontinuumslikes:** Lokale Bilanz (Proxy-Erhaltung) und eine diverganzfreie geometrische Seite machen im Minimalmodell eine Einstein-ähnliche Kopplungsstruktur für den Proxy  $T_{\mu\nu}^{(B)}$  zu einer konsistenten Wahl, siehe Formelkästen VI.4.1.1 und VI.4.1.2 und Definition VI.4.2.1.
- **Grenzfälle als Diagnostik:** Horizonte und unendlicher Redshift sind Grenzverhalten derselben Lapse-Struktur, siehe Definitionen VI.5.1.1 und VI.5.2.1.

Damit ist die ART-Nähe als Regimeaussage präzise formulierbar: Wenn die coarse-grain-ten Budgetproxies die üblichen Erhaltungs- und Symmetrieeigenschaften tragen, reproduziert  $g^{\text{eff}}$  die bekannten Standardtests. Wo diese Voraussetzungen brechen, sind Abweichungen nicht beliebig, sondern erscheinen als konkrete, lokalisierbare Residuen in Uhren-, Signal- und Bahnbeobachtungen, siehe Kapitel VI.6.

## VI.7.2 Ausblick auf die Weiterentwicklung des FBA

Der nächste Schritt besteht nicht darin, weitere Phänomene an die Proxy-Geometrie anzuhängen, sondern die bereits eingeführten Kopplungen über Regime hinweg zu stabilisieren. Drei Erweiterungen sind dabei besonders naheliegend:

**(1) Skalenführung und Regimewechsel.** In dieser Abhandlung wurde  $\kappa_B$  beziehungsweise  $G_B$  als effektive Kopplung kalibriert. Sobald man aber zwischen Labor-, Astrophysik- und Kosmologieskalen vermittelt, wird die Frage nach skalenabhängigen Kalibrationssätzen und Parameterbindungen zentral. Diese Skalenführung ist Gegenstand von Teil VII.<sup>22</sup>

**(2) Kosmologie als Zeitabhängigkeit der Kalibration.** Kosmologische Rotverschiebung, Horizontphänomene und beschleunigte Expansion betreffen eine großskalige, zeitabhängige Proxy-Struktur, die hier nur stationär angerissen wurde. Die konsistente Ableitung von  $a(t)$ ,  $H(t)$  und einem Dilationsfaktor  $\chi(t)$  aus Budgetflüssen wird in Teil IX ausgearbeitet.<sup>23</sup>

**(3) Brücken, Pass/Fail und Replikationsprotokolle.** Die stärkste Falsifizierbarkeit entsteht dort, wo mehrere Ableitungspfade dieselbe Observable überbestimmt festlegen, etwa Uhrenraten, Laufzeiten, Lensing und dynamische Moden. Eine systematische Testarchitektur, inklusive H-Gates, Proxy-Familien und Replikations-Blueprints, ist Gegenstand von Teil X.<sup>24</sup>

### Zukünftige Anwendungen des FBA

Die nächste Entwicklungsstufe des FBA liegt in der Konsolidierung der Proxy-Ketten über Disziplinen:

- **Kosmologie:** Großskalige Dynamik und beobachtbare Drifts als Konsequenz zeitabhängiger Budget-Lapse und Budgetbilanzen.<sup>a</sup>
- **Skalen und Renormierung:** Kalibrationssätze als laufende Größen und Parameterbindungen zwischen Experimenten unterschiedlicher Auflösung.<sup>b</sup>
- **Quantennahe Brücken:** Konsistenz der Geometrie-Proxies mit CPTP/GKLS-Strukturen und lokalen Feldbeschreibungen.<sup>c d e f</sup>

<sup>a</sup>Siehe FBA Teil IX: Kosmische Dynamik, Time Dilation & Inflation (TDI), Kap. IX.3–IX.7.

<sup>b</sup>Siehe FBA Teil VII: Konstanten, Skalen & Renormierung, Kap. VII.1–VII.4.

<sup>c</sup>Siehe FBA Teil III: Quantenkinematik & CPTP-Kanäle, Kap. III.4–III.5 (CPTP-Kanäle, Hilbertraum-Formalismus).

<sup>d</sup>Siehe FBA Teil IV: Dynamik & Messung (GKLS), Kap. IV.3–IV.5 (zulässige Dynamik, Messung, GKLS).

<sup>e</sup>Siehe FBA Teil V: Raumzeit, Lichtkegel & lokale Feldtheorie, Kap. V.4–V.6 (Lichtkegel, Mikrokausalität, lokale QFT).

<sup>f</sup>Siehe FBA Teil X: Vorhersagen, Falsifizierbarkeit & Brücke FBA  $\rightarrow$  QM  $\leftrightarrow$  ART, Kap. X.3–X.8.

Zusammengefasst liefert Teil VI damit genau die Schicht, die im Gesamtbaukasten zwischen Referenzgeometrie und großskaliger Dynamik fehlt: eine operative, testbare Geometrisierung von Budgetflüssen. Alles, was darüber hinausgeht, ist nicht ein weiterer Interpretationsschritt, sondern die kontrollierte Ausweitung derselben Proxy-Kette in Regime, in denen

<sup>22</sup>Siehe FBA Teil VII: Konstanten, Skalen & Renormierung, Kap. VII.1–VII.4.

<sup>23</sup>Siehe FBA Teil IX: Kosmische Dynamik, Time Dilation & Inflation (TDI), Kap. IX.2–IX.7.

<sup>24</sup>Siehe FBA Teil X: Vorhersagen, Falsifizierbarkeit & Brücke FBA  $\rightarrow$  QM  $\leftrightarrow$  ART, Kap. X.4–X.8.

Skalenführung, Zeitabhängigkeit und Brückenbedingungen zwingend werden.

## VI.8 Anhang: Überblick über die FBA-Reihe (Teile I–X)

Klick auf den Titel zum Download des PDF

1. **Teil I: FBA-Grundlagen: Abfolge, Budget, Eigenzeit & Pfeile.** *Ziel:* Basischicht bereitstellen: Abfolge, Budget, Eigenzeit/Alterung, Front und operativer Zeitpfeil (DPI); Minkowski-Limes aus der Budget-Quadrik; zulässige Dynamik und Lokalität/No-Signalling. *Import:* – (Referenz für alle Folgeteile). *Erweiterung:* Schnittstellenverträge, Pass/Fail-Checklisten, Lesefaden.
2. **Teil II: Zeit, Eigenzeit & Minkowski-Geometrie.** *Ziel:* Eigenzeit/Quadrik operativ fassen und Geodäten ableiten. *Import:* Grundlagen (Abfolge, Budget, Eigenzeit, Front/DPI). *Erweiterung:* glatter Limes, Variationsprinzip auf Weltlinien, Kalibration  $\kappa_\tau$ .
3. **Teil III: Quantenkinematik & CPTP-Kanäle.** *Ziel:* Zustandsräume und Kanäle (CPTP) samt Komposition. *Import:* Grundlagen (Budget, Kanalsicht, Komposition). *Erweiterung:* konkrete Divergenzen/Kostenfunktoren  $\mathcal{C}$ , Messungen und Klassik-Register.
4. **Teil IV: Dynamik, Messung & GKLS (offene Systeme).** *Ziel:* Kontinuierliche offene Dynamik (GKLS) und operativer Zeitpfeil. *Import:* Kanäle/DPI. *Erweiterung:* Spohn-Monotonie, stationäre/NESS-Referenzen, Flüsse  $b^{\text{rev}}, b^{\text{irr}}, b^{\text{ext}}$ .
5. **Teil V: Raumzeit, Lichtkegel & lokale Feldtheorie.** *Ziel:* Lokale Feldgleichungen unter Front/Lokalität. *Import:* Front, Komposition, No-Signalling. *Erweiterung:* lokale GKLS-Generatoren, Lieb–Robinson-artige Schranken, effektive Lichtkegel.
6. **Teil VI: Gravitation & Geometrie aus Budgetflüssen.** *Ziel:* Geometrisierung von Budgetflüssen. *Import:* Budget-Quadrik/Eigenzeit. *Erweiterung:* effektive Metriken aus Kalibrationen  $(\kappa_t, \kappa_x)$  und internen Spannungen; Kopplung an Krümmung.
7. **Teil VII: Konstanten, Skalen & Renormierung.** *Ziel:* Skalenführung der Kalibrationsätze. *Import:*  $c = \kappa_t/\kappa_x, \kappa_\tau$ . *Erweiterung:* Flow-Gleichungen für  $\kappa_t, \kappa_x, \kappa_\tau$ ; Stabilität von  $c$ .
8. **Teil VIII: Klassischer Limes, Thermodynamik & Altern.** *Ziel:* Makroskopik aus  $A[\gamma]$  (Alterung) und DPI. *Import:* Eigenzeit/Alterung, Spohn. *Erweiterung:* Entropieproduktion, Euler–Lagrange-Formen für irreversible Flüsse, effektive Transportgleichungen.
9. **Teil IX: Kosmische Dynamik, Time Dilation & Inflation (TDI).** *Ziel:* Kosmische Abfolge & Kalibrationsfluss. *Import:* Budget, Eigenzeit/Front. *Erweiterung:* Budgetgleichungen auf großskaligen Slices; Time-Dilation-Inflation als Kalibrationsdynamik.
10. **Teil X: Vorhersagen, Falsifizierbarkeit & Brücke FBA  $\rightarrow$  QM  $\leftrightarrow$  ART.** *Ziel:* Testbare Differenzen und Brücken FBA  $\leftrightarrow$  QM/ART. *Import:* alle Grundlagenbausteine. *Erweiterung:* Protokolle, Grenzfalltests, überbestimmte Konsistenzrelationen (Pass/Fail).

Alle Teile der FBA-Reihe sind in deutscher und englischer Sprache verfügbar unter  
<https://www.frame-budget-approach.eu>

## Literatur

- [1] S. M. Carroll. *Spacetime and Geometry. An Introduction to General Relativity*. San Francisco: Addison-Wesley, 2004. ISBN: 9780805387322.
- [2] W. Rindler. *Relativity. Special, General, and Cosmological*. 2. Aufl. Oxford: Oxford University Press, 2006. ISBN: 9780198567325.
- [3] D. Lovelock. „The Einstein Tensor and Its Generalizations“. In: *Journal of Mathematical Physics* 12.3 (1971), S. 498–501. DOI: 10.1063/1.1665613.
- [4] C. M. Will. „The Confrontation between General Relativity and Experiment“. In: *Living Reviews in Relativity* 17.4 (2014). DOI: 10.12942/lrr-2014-4. arXiv: 1403.7377 [gr-qc].