

Der Frame–Budget–Ansatz (FBA)
Wie Zeit, Dynamik und Geometrie aus Budgetflüssen entstehen
Eine operative Brücke zwischen Quantenmechanik und Allgemeiner Relativitätstheorie

Teil II: Zeit, Eigenzeit & Minkowski-Geometrie

Dipl. Wirt.-Inf. Jens Tetzner

21. Januar 2026

Inhaltsverzeichnis

II	Zeit, Eigenzeit & Minkowski-Geometrie	2
II.1	Einleitung & Zielbild	2
II.2	Vorangestellte Grundlagen & Konventionen (Import aus Teil I: FBA - Grundlagen)	5
II.3	Zeit aus Abfolge minimaler Unterschiede	8
II.4	Eigenzeit & Altern als integriertes internes Budget	11
II.5	Externe Kalibration, Front & Invarianz von c	14
II.6	Budget-Quadrik und Minkowski-Limes	17
II.7	Relativität & Lorentz-Symmetrien aus der Quadrik	20
II.8	Zeitdilatation als Budget-Umverteilung	22
II.9	Kausalität, Lichtkegel & lokale Feldstruktur (Ausblick)	25
II.10	Vergleich & Einordnung zur Speziellen Relativität	28
II.11	Zusammenfassung & Checkliste (Pass/Fail)	31
II.12	Anhang: Überblick über die FBA-Reihe (Teile I–X)	34

Teil II

Zeit, Eigenzeit & Minkowski-Geometrie

II.1 Einleitung & Zielbild

II.1.1 Motivation

Der Frame-Budget-Ansatz (FBA)¹ ersetzt eine vorausgesetzte Zeit durch eine Ordnung globaler Zustände nach minimalen Unterschieden: Ein Frame-Wechsel ist kein Fortschritt auf einer äußeren Achse, sondern die Realisierung mindestens eines Minimalereignisses. Damit wird Zeit erst *nachgelagert* messbar: als das, was sich als integrierter *interner* Budgetfluss eines Systems entlang seiner Entwicklung akkumuliert. Damit diese interne Größe zwischen Systemen vergleichbar wird, braucht es zusätzlich eine externe Kalibration; sie wird über Signalfronten fixiert und setzt die Skalen, insbesondere die operative Grenzrate c .² Der zentrale Gewinn dieser Perspektive ist, dass Geometrie nicht als Bühne eingeführt wird: Aus der budgettreuen Buchführung und der Front-Kalibration ergibt sich eine Invarianzstruktur, die im homogenen Grenzfall in eine Minkowski-Quadrik übergeht.

II.1.2 Logikpfad

Die Abhandlung ist so gebaut, dass jedes neue Objekt erst dann auftaucht, wenn es operativ fixiert ist und keine Zirkularität entsteht:

1. **Abfolge.** Globale Frames und Minimalereignisse liefern die minimale Struktur, um überhaupt sinnvoll von „vorher“ und „nachher“ zu sprechen.
2. **Budget.** Pro Schritt gilt eine Bilanz. Ohne sie gäbe es keine integrierbare Größe, aus der sich Eigenzeit als Messgröße gewinnen lässt.
3. **Kalibration.** Eine Signalfront definiert die maximale Ausbreitungsrate c metrologisch. Erst dadurch werden interne Raten und externe Relationen zwischen Systemen vergleichbar.
4. **Quadrik.** Unter Homogenitätsannahmen und budgettreuer Komposition kondensiert die Bilanz in eine quadratische Invarianz, deren kontinuierlicher Grenzfall die Minkowski-Geometrie mit Lichtkegeln und Lorentz-Isometrien liefert. Zeitdilatation erscheint dann nicht als Zusatzpostulat, sondern als bilanzielle Umverteilung vom internen zum externen Anteil bei Bewegung.

Warum diese Reihenfolge? Ohne (1) wäre die Update-Ordnung undefiniert, ohne (2) gäbe es keine messbare „Eigenzeit“-Akkumulation, ohne (3) fehlte die physikalische Skala für Vergleiche, und erst mit (4) wird die Kausalstruktur als Geometrie sichtbar. Die dafür nötigen Primitive und Konsistenzbedingungen werden aus den FBA - Grundlagen importiert und in Kapitel 2 so gebündelt, dass die späteren Deduktionen ohne erneute Grundsatzdiskussion auskommen.

¹Ein Überblick über alle Teile der FBA-Abhandlung inklusive Downloadlinks findet sich in Kapitel II.12 dieses Dokuments.

²Siehe FBA Teil I: FBA - Grundlagen, Kapitel I.1 - I.3: Abfolge, Budget & Kalibration.

II.1.3 Scope und Abgrenzung

In *Teil II* arbeiten wir im *flachen, kinematischen Limes*: lokal-inertial, ohne Raumzeitkrümmung (homogene Budgets, $\nabla b = 0$) und ohne Backreaction. Ziel ist, Front-Kalibration und Budget-Quadrik so zu fixieren, dass der Minkowski-Limes als Referenzfall eindeutig ist. Sobald Budgetdichten inhomogen werden ($\nabla b \neq 0$), entsteht eine effektive Krümmung und damit gravitative Zeitdilatation; diese Erweiterung erfolgt in *Teil VI: Gravitation & Geometrie aus Budgetflüssen*.³ Skalenfragen und mögliche Läufe von Normierungen werden in *Teil VII: Konstanten, Skalen & Renormierung* behandelt.⁴

II.1.4 Bemerkung: Flacher Limes vs. emergente Krümmung

Die in den Kapiteln II.6 - II.8 verwendete Minkowski-Geometrie ist kein Postulat, sondern der Referenzlimes homogener Budgets: Budget-Quadrik \rightarrow Lichtkegel und Lorentz-Isometrien. Abweichungen davon messen Budget-Gradienten und erscheinen in Teil VI als Krümmung und gravitative Zeitdilatation. Die empirische Relevanz wird in Teil X in Pass/Fail-Kriterien operationalisiert.⁵

II.1.5 Beitrag gegenüber SR

Statt Lichtgeschwindigkeit und Inertialsymmetrie zu postulieren, werden c und die Lorentz-Struktur aus Kalibration und Quadrik *abgeleitet*. Damit verschiebt sich der Status der Zeitdilatation: Sie ist nicht primär ein Koordinateneffekt, sondern eine bilanzielle Aussage darüber, wie ein fixes Schrittbudget zwischen internem Fortschritt (Eigenzeit) und externer Relation (Bewegung) aufgeteilt wird. Zugleich trennt der FBA strikt zwischen reversibler τ_{geo} und irreversibler Alterung als Anteil des internen Budgets; diese Trennung wird über DPI/Spohn für unselektierte Prozesse mit einer Monotoniestruktur unterlegt, die als zusätzliche, messbare Signatur über die Standard-SR hinausgeht.^{6,7} Der Testhorizont wird in Teil X als kompakter Pass/Fail-Katalog formuliert.⁸

II.1.6 Lesefaden

Die Kapitelreihenfolge ist so gewählt, dass wir (i) die Update-Ordnung etablieren, (ii) eine integrierbare Messgröße definieren, (iii) Skalen fixieren und (iv) erst dann geometrisieren.

Kapitel II.2 - Grundlagen & Konventionen: Wir bündeln Begriffe, Notation und Messprotokolle an einer Stelle, damit die folgenden Deduktionen ohne stille Zusatzannahmen auskommen.⁹ *Warum zuerst?* Ohne gemeinsame Sprache sind Differenzordnung, Bi-

³Siehe FBA Teil VI: Gravitation & Geometrie aus Budgetflüssen, Kapitel VI.3 - VI.5: Budget-Geometrie, Feldgleichungen, Redshift.

⁴Siehe FBA Teil VII: Konstanten, Skalen & Renormierung, Kapitel VII.1 - VII.4: Kalibration, Skalenfluss & RG.

⁵Siehe FBA Teil X: Vorhersagen, Falsifizierbarkeit & Brücke FBA \rightarrow QM \leftrightarrow ART, Kapitel X.6 - X.7: Vorhersagen & Experimente.

⁶Siehe FBA Teil I: FBA - Grundlagen, Kapitel I.4: Eigenzeit & Altern.

⁷Siehe FBA Teil VIII: Klassischer Limes, Thermodynamik & Altern, Kapitel VIII.6 - VIII.8: DPI/Spohn & Altersmaß.

⁸Siehe FBA Teil X: Vorhersagen, Falsifizierbarkeit & Brücke FBA \rightarrow QM \leftrightarrow ART, Kapitel X.6 - X.8: Tests & Vergleich.

⁹Siehe FBA Teil I: FBA - Grundlagen, Kapitel I.1 - I.3: Abfolge, Budget & Kalibration.

lanz und Kalibration nicht eindeutig, und spätere Schlüsse wären interpretierbar statt zwingend.

Kapitel II.3 - Zeit aus Differenz: Wir konstruieren eine Ordnung globaler Zustände *ohne* vorgegebene Zeit und zeigen, wie diese Ordnung in Protokollen als „Schrittstruktur“ sichtbar wird. *Warum jetzt?* Erst wenn „welcher Schritt folgt auf welchen“ präzise ist, kann ein Budgetfluss als physikalische, integrierbare Größe definiert werden.

Kapitel II.4 - Kapitel II.5 - Eigenzeit, Alterung & Front-Kalibration: Wir definieren Eigenzeit/Alterung als interne Größen und kalibrieren c über Front-Protokolle. *Warum vor Geometrie?* Weil Geometrie im FBA nicht frei gewählt werden darf: Sie muss an Messoperationen (Front, Budgetbilanz) gebunden sein, sonst würde man die spätere Quadrik faktisch voraussetzen.

Kapitel II.6 - Budget-Quadrik & Minkowski-Limes: Aus der Bilanz entsteht eine Quadrik; ihr homogener Limes liefert die Minkowski-Geometrie samt Kegelstruktur mit operativer Bedeutung.¹⁰ *Warum hier?* Erst nach der Kalibration ist klar, welche Kombinationen aus internen und externen Anteilen invariant sein müssen, damit alle Beobachter dieselbe Frontschränke und damit dieselbe Kausalstruktur rekonstruieren.

Kapitel II.7 - Relativität & Lorentz-Isometrien: Wir zeigen Lorentz-Symmetrien als Konsequenz der Budget-Invarianz der Quadrik. *Warum wichtig?* So wird Inertialsymmetrie zu einem abgeleiteten Konsistenzkriterium der Buchführung, nicht zu einem Startpostulat.

Kapitel II.8 - Zeitdilatation als Budget-Umverteilung: Zeitdilatation erscheint als Umverteilung zwischen internem und externem Anteil bei Bewegung. *Mehrwert:* Der Effekt bekommt eine messnahe Interpretation, die direkt an Protokolle (Frontkosten, Bilanz) gekoppelt ist und damit Ansatzpunkte für Abweichungstests liefert.

Kapitel II.9 - Kapitel II.11 - Einordnung, SR-Vergleich & Pass/Fail: Wir vergleichen systematisch zur SR und formulieren eine Checkliste, die jede Kernaussage auf beobachtbare Größen abbildet.¹¹ *Ziel:* Kein Ergebnis soll nur „plausibel“ sein, sondern als Protokollentscheidung mit klaren Fail-Pfaden dastehen.

¹⁰Siehe FBA Teil V: Raumzeit, Lichtkegel & lokale Feldtheorie, Kapitel V.3 - V.5: Lichtkegel & Mikrokausalität.

¹¹Siehe FBA Teil X: Vorhersagen, Falsifizierbarkeit & Brücke FBA \rightarrow QM \leftrightarrow ART, Kapitel X.6 - X.8: Tests & Vergleich.

II.2 Vorangestellte Grundlagen & Konventionen (Import aus Teil I: FBA - Grundlagen)

Warum ein Import? Die folgenden Kapitel sollen eine durchgehende Deduktionslinie liefern: von der Abfolge (ohne vorausgesetzte Zeit) über Bilanz und Kalibration hin zur Quadrik und ihrem Minkowski-Limes. Damit dieser Pfad nicht durch wiederholte Grundsatzkapitel ausfranst, übernehmen wir die dafür notwendigen Primitive aus den FBA - Grundlagen *unverändert*. Der praktische Effekt ist zweifach: (i) Im Fließtext können wir konsequent mit den gleichen Begriffen und Symbolen arbeiten; (ii) die Begründungs- und Beweislast liegt dort, wo sie hingehört - bei den Primitiven und Grundannahmen und ihrer ersten Ausarbeitung in Teil I. Hier legen wir also nicht „noch einmal“ fest, *was* die Bausteine bedeuten, sondern *welche* Bausteine wir als Werkzeuge verwenden, um in Kapitel II.3 - 8 ohne Zirkelschlüsse voranzukommen.

Importierte Bausteine (unverändert)

Quelle: ^a

- **Abfolge globaler Zustände & Minimalereignisse:** Frames/Abfolge und Minimalereignis (ME) sowie Koaktualität und Refinement-Invarianz (Kapitel I.2).
- **Differenzfunktion & operative Minimaldifferenz:** Differenzmaß als operative Grundlage der Ordnungsbildung (Kapitel I.2).
- **Budget-Kalkül (intern/extern/irreversibel) & Bilanz:** Ein-Schritt-Budget, Bilanzgleichungen und Refinement-Invarianz der Bilanz (Kapitel I.3).
- **Externe Kalibration & Front:** Kalibration und Frontkosten, Frontschanke und Signalfront (Kapitel I.3).
- **Eigenzeit & Altern, Minkowski-Limes:** Eigenzeit (proper time), Alterung (irreversibel), Minkowski-Limes und Zeitdilatation (Kapitel I.4).
- **Zulässige Dynamik (CPTP/GKLS), DPI/Spohn:** CPTP als zulässige Kanäle, Messung als CPTP, GKLS-Generatoren, Spohn-Monotonie, DPI-Pfeil und No-Recovery (Kapitel I.5).
- **Komposition, Lokalität & No-Signalling:** Symmetrisch-monoidale Struktur, Budget-Additivität, lokale Operationen, Kausalkegel und lokale GKLS (Kapitel I.6).

^aSiehe FBA Teil I: FBA - Grundlagen, Kapitel I.2 - I.6: Abfolge, Differenzfunktion, Budget & Kalibration, Eigenzeit/Altern, CPTP/GKLS, Komposition/Lokalität.

Wozu dient dieser Import im Lesefaden? Die Punkte oben sind genau die „Tragbolzen“, die wir später nicht mehr diskutieren wollen, sondern einsetzen: Kapitel II.3 nutzt Abfolge und Differenzfunktion, um eine Zeitordnung ohne externe Uhr zu konstruieren; Kapitel II.4 präzisiert daraus Eigenzeit/Alterung als integrierte Budgetanteile; Kapitel II.5 fixiert c über Front-Protokolle; Kapitel II.6 bis II.8 führen die Bilanz zur Quadrik und lesen daraus Minkowski-Struktur, Lorentz-Isometrien und Zeitdilatation. Wo im weiteren Text neue Schritte nötig sind, geben wir die Beweisidee im Fließtext; Vollbeweise und axiomatische

Details bleiben in Teil I, damit die Argumentlinie hier nicht zerfasert.

Damit die folgenden Kapitel ohne stille Konventionswechsel gelesen werden können, fixieren wir jetzt die Notation. Wichtig ist dabei: Minkowski-Sprache taucht hier nur als *Notation* auf; ihre physikalische Rechtfertigung erfolgt erst, wenn die Budget-Quadrik in Kapitel II.6 hergeleitet ist.

Notation & Konventionen

- **Diskret vs. Kontinuum:** Schrittindex $n \in \mathbb{Z}$ für aufeinanderfolgende Aktualisierungsschritte $U_n \rightarrow U_{n+1}$ (Frames). Ein Aktualisierungsschritt kann eine oder mehrere Minimalereignisse (ME) bündeln. $\Delta(\cdot)$ für diskrete Inkremente, $d(\cdot)$ für differentielle Größen im Limes.
- **Budget-Zerlegung:** Pro Schritt unterscheiden wir *externes* Budget δb_{ext} sowie den *internen* Anteil, der in einen reversiblen und einen irreversiblen Beitrag zerfällt:

$$\delta b_{\text{int}} = \delta b_{\text{int}}^{\text{rev}} + \delta b_{\text{irr}}, \quad \delta b_{\text{irr}} \geq 0.$$

Pfadintegrale $\sum \delta(\cdot)$ bzw. $\int d(\cdot)$. (Kumulierte Budgets sind entsprechend $\Delta B_* = \sum \delta b_*$ im Diskreten.)

Alterung ist die kalibrierte irreversible Akkumulation

$$dA := \frac{db_{\text{irr}}}{\kappa_\tau} \geq 0.$$

Geometrische Eigenzeit ist die kalibrierte reversible interne Akkumulation

$$d\tau_{\text{geo}} := \frac{db_{\text{int}}^{\text{rev}}}{\kappa_\tau},$$

und fällt im (nahezu) reversiblen Grenzfall mit der in Teil I verwendeten reversiblen Eigenzeit τ_{rev} zusammen. Die *totale Eigenzeit* entlang eines Pfads ist

$$d\tau_{\text{tot}} := \frac{db_{\text{int}}}{\kappa_\tau} = d\tau_{\text{geo}} + dA.$$

- **Kalibration:** Externe Kalibration erfolgt über κ_t, κ_x (sowie κ_τ für die interne Zeitkalibration). Die Frontkonstante der schnellsten zulässigen Signalfrenten ist damit

$$c := \frac{\kappa_t}{\kappa_x},$$

d. h. c ist nicht postuliert, sondern durch das definierte Front-Protokoll metrologisch fixiert.

- **Raumzeit-Sprache (flach, kinematisch):** Vierervektor $x^\mu = (ct, x, y, z)$; Minkowski-Signatur $\eta = \text{diag}(-1, 1, 1, 1)$. *Lichtkegel* durch $\eta_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu = 0$.
- **Weltlinien & Pfade:** γ bezeichnet eine Weltlinie eines Systems durch die Frame-Abfolge; Konkatenation $\Gamma = \Gamma_1 \circ \Gamma_2$; Additivität aller integrierten Budgets entlang Γ .
- **Komposition/Lokalität:** Parallele Komposition \otimes ; serielle Komposition \circ . Lokale CPTP-Operationen respektieren No-Signalling und Budget-Additivität.
- **Zeichenkonventionen:** Vektornormen $\|\cdot\|$; euklidische Skalarprodukte „ \cdot “ im Raum; c explizit (keine $c=1$ -Einheiten in dieser Abhandlung). Erwartungswerte $\mathbb{E}[\cdot]$; Supremum \sup .

Konsequenz: Mit diesen Importen und Konventionen können die folgenden Kapitel direkt auf

die Bilanz- und Kalibrationsstruktur aufsetzen - ohne erneute Definitionsarbeit und ohne versteckte Notationswechsel.

II.3 Zeit aus Abfolge minimaler Unterschiede

In diesem Kapitel machen wir den ersten, entscheidenden Schritt: Wir trennen *Ordnung* von *Skala*. Die Abfolge globaler Frames liefert nur ein „früher/später“ - noch keine Uhr. Genau diese Lücke schließen wir operativ, ohne eine externe *Zeit* vorauszusetzen: Wir definieren eine Zeitskala als *streng wachsende Einbettung* der (ordinal gegebenen) Abfolge in die reellen Zahlen. Damit ist „Zeit“ zunächst eine zulässige Parametrisierung der Reihenfolge, nicht bereits eine metrologisch fixierte Größe. Die benötigten Bausteine (globale Frames und Minimalereignisse, Koaktualität/Refinement-Invarianz sowie die Differenzfunktion und operative Minimaldifferenz) sind in Teil I eingeführt.¹²

Die zentrale Idee ist dabei: Aus der operativen Minimaldifferenz gewinnen wir eine *zählbare* Struktur, die die Abfolge in „Schritte“ gliedert. Wichtig ist dabei die in den FBA - Grundlagen festgehaltene Logik: Ein Aktualisierungsschritt $U_n \rightarrow U_{n+1}$ kann eine oder mehrere Minimalereignisse (ME) bündeln; die MEs sind die kleinsten realisierten Änderungen, der Schrittindex zählt die Updates. Eine „Zeit“ ist dann eine monotone Reparametrisierung dieses Schrittindex. Die physikalische Skala (also die Einheit von t) wird erst später durch Kalibration über Signalfronten festgelegt.¹³

¹²Siehe FBA Teil I: FBA - Grundlagen, Kapitel I.2: Globale Zustände, Frame-Folge, Minimalereignis (ME), Koaktualität/Refinement-Invarianz, Differenzfunktion & operative Minimaldifferenz.

¹³Siehe FBA Teil I: FBA - Grundlagen, Kapitel I.3: Kalibration & Frontkosten.

Definition II.3.1: Zeit als streng wachsende Einbettung

Quelle: ^a

Sei (F, \prec) die durch Minimalereignisse erzeugte strikte Ordnung globaler Frames. Wir betrachten eine Darstellung der Abfolge als Kette

$$F_0 \prec F_1 \prec F_2 \prec \dots$$

(Frames in zeitlicher Reihenfolge), wobei benachbarte Frames in dieser Darstellung operativ minimal differieren. Der zugehörige Schrittindex ist dann die Nummerierung $n(F_k) = k$, also $n : F \supset \{F_k\} \rightarrow \mathbb{Z}$. Unter Refinements können zusätzliche Zwischenframes eingefügt werden, ohne den Ordnungsgehalt zu ändern (Koaktualität/Refinement-Invarianz).

Eine *Zeit* ist eine Abbildung $t : F \rightarrow \mathbb{R}$ mit:

1. **Monotonie:** $F \prec F' \Rightarrow t(F) < t(F')$.
2. **Schrittverträglichkeit:** Für benachbarte Frames der betrachteten Kette gilt

$$n(F') = n(F) + 1 \Rightarrow t(F') > t(F),$$

und äquivalent dazu existiert eine streng wachsende Funktion $\phi : \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{R}$ mit $t = \phi \circ n$ auf der Kette (siehe Formelkasten II.3.1).

3. **Refinement-Invarianz:** Bei einer Verfeinerung (Einfügen zusätzlicher Zwischenframes) bleibt der Ordnungsgehalt erhalten; unterschiedliche Schrittindizes verschiedener Darstellungen sind durch eine streng wachsende Umnummerierung verbunden. Entsprechend ist t nur bis auf streng wachsende Reparametrisierung ϕ festgelegt.
4. **Kalibrationsfreiheit:** Einheit und Skala von t sind *nicht* Teil der Definition und werden erst durch externe Kalibration (Signalfront) metrologisch fixiert.

^aSiehe FBA Teil I: FBA - Grundlagen, Kapitel I.2 - I.3: Abfolge/Frames/MEs, Koaktualität/Refinement, Differenzfunktion, Kalibration.

Warum diese Definition? Die Monotonie stellt sicher, dass t tatsächlich nur die Abfolge widerspiegelt. Die Schrittverträglichkeit ist der Punkt, an dem aus der bloßen Ordnung eine „zählbare“ Struktur wird: Wenn eine Darstellung gewählt ist, in der benachbarte Frames operativ minimal differieren, dann darf eine zulässige Zeitskala diese Schrittstruktur nicht in zusätzliche, physikalisch nicht begründete Unterstruktur „zwischen“ zwei benachbarte Schritte zerlegen. Refinement-Invarianz verhindert Scheininformation, indem jede feinere Darstellung denselben Ordnungsgehalt trägt und lediglich eine streng wachsende Umnummerierung erzeugt. Kalibrationsfreiheit hält die Definition sauber: Ohne Front-Protokoll gibt es noch keinen Grund, warum Δt einen bestimmten Zahlenwert haben sollte.

Formelkasten II.3.1: Eigenschaften der Zeit-Einbettung

Auf einer gewählten Kette $F_0 \prec F_1 \prec \dots$ mit Schrittindex $n(F_k) = k$ gilt für jede Zeit t , die monoton und schrittverträglich ist:

$$t = \phi \circ n \quad \text{mit} \quad \phi : \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{R} \text{ streng wachsend.}$$

Eine häufig verwendete *gleichförmige* Wahl ist die affine Parametrisierung

$$\phi(k) = t_0 + \alpha_t k, \quad \alpha_t > 0,$$

also diskret $\Delta t = \alpha_t$ pro Schritt. Im Kontinuumsbild einer stark verfeinerten Darstellung kann man einen dimensionslosen Parameter λ verwenden, der die (unnummerierten) Schritte lokal approximiert; dann gilt lokal

$$dt = \alpha_t d\lambda.$$

Hier ist α_t eine reine Konventions- und Einheitswahl auf der *ungekalibrierten* Ordnung; die metrologische Fixierung der Zeitskala erfolgt erst durch Front-Kalibration (vgl. Kapitel II.5).

Beweisskizze II.3.1: Eigenschaften der Zeit-Einbettung

Setze auf der gewählten Kette $\phi(k) := t(F_k)$. Monotonie von t entlang $F_0 \prec F_1 \prec \dots$ impliziert $\phi(k+1) > \phi(k)$, also striktes Wachstum. Schrittverträglichkeit stellt sicher, dass t auf der Kette nur über die Schrittzahl variiert, sodass tatsächlich $t(F_k) = \phi(n(F_k))$ gilt.

Konsequenz für den weiteren Aufbau: Bis hierher ist „Zeit“ eine zulässige Parametrisierung der Abfolge - mehr nicht. Damit können wir in den nächsten Kapiteln zwei Dinge sauber voneinander trennen: (1) *welche* Entwicklungsschritte ein System durchläuft (Ordnung, Darstellung als Kette, Schrittindex) und (2) *wie viel* interne bzw. externe Ressource pro Schritt umgesetzt wird (Budget). Erst aus (2) wird später Eigenzeit als integrierter interner Anteil, und erst die Front-Kalibration macht die Skala von t mit Längen kompatibel.

Operative Lesart und „Film“-Analogie

Die Abfolge $F_0 \prec F_1 \prec \dots$ kann man als Sequenz globaler Zustände lesen. Die Differenzfunktion sorgt dafür, dass benachbarte Frames in einer geeigneten Darstellung nur minimal verschieden sind, sodass der Schrittindex n eine physikalisch motivierte „Zählung“ dieser Sequenz liefert.

Wichtig ist die Richtung der Logik: Nicht „die Zeit nummeriert die Frames“, sondern eine Zeitskala $t : F \rightarrow \mathbb{R}$ ist per Definition eine streng wachsende Einbettung, die der bereits gegebenen Ordnung Zahlenwerte zuweist. Vor der Kalibration ist diese Zuweisung konventionell bis auf streng wachsende Reparametrisierung ϕ . Physikalische Aussagen in diesem Abschnitt hängen daher nur von Ordnung (und der Wahl einer Darstellung als Kette) ab, nicht von einer speziellen Wahl von ϕ .

II.4 Eigenzeit & Altern als integriertes internes Budget

Kapitel II.3 hat eine Zeitordnung als streng wachsende Einbettung der Abfolge etabliert - aber noch ohne physikalische Skala. Der nächste Schritt muss daher eine *intrinsische* Größe liefern, die ein System entlang seiner Weltlinie akkumuliert und die unter Konkatenation sowie Refinements stabil bleibt.

Genau das leistet das Budget-Kalkül: Pro Schritt gibt es einen externen Anteil und einen internen Anteil; der interne Anteil zerfällt weiter in einen reversiblen und einen irreversiblen Beitrag, und diese Zerlegung ist refinementsicher.¹⁴ Damit ergibt sich eine natürliche Definition der *geometrischen Eigenzeit* als integrierter reversibler interner Fluss (nach Kalibration über κ_τ). Der irreversiblen Anteil liefert eine zweite, konzeptionell getrennte Größe, die wir als *Alterung* interpretieren. Diese Trennung ist nicht kosmetisch: Sie ist notwendig, um später geometrische Zeitdilatation (reversibel) von dissipativen Effekten (irreversibel) getrennt diskutieren und testen zu können.

Wir halten dabei an der Leitidee fest: Zuerst definieren wir die Größen so, dass sie ohne Koordinatenwahl auskommen und nur an der Weltlinie und der Schrittbilanz hängen; erst danach wird über Front-Kalibration die externe Vergleichsskala (und damit c) operativ fixiert (siehe Kapitel II.5). Die Umrechnung „Budget \rightarrow Zeit“ der internen Konten erfolgt dabei über die Eigenzeit-Kalibration κ_τ (Einheitenangleichung), wie in den FBA - Grundlagen eingeführt.¹⁵

Definition II.4.1: Geometrische Eigenzeit (proper time)

Standardbezug: Minkowski/SR-Eigenzeit [1, 2].^a

Sei S ein System mit Weltlinie γ durch die Abfolge globaler Frames. Sei $\delta b_{\text{int}}(n)$ das interne Budgetkonto von S beim Schritt $n \rightarrow n+1$, und $\delta b_{\text{int}}^{\text{rev}}(n)$ dessen reversibler Anteil. Sei $\kappa_\tau > 0$ die (globale) Eigenzeit-Kalibration.

Die *geometrische Eigenzeit* von S auf einem Pfadsegment $\Gamma \subset \gamma$ ist das kalibrierte Integral des reversiblen internen Anteils:

$$\tau_{\text{geo}}[\Gamma] \equiv \frac{1}{\kappa_\tau} \sum_{n \rightarrow n+1 \in \Gamma} \delta b_{\text{int}}^{\text{rev}}(n), \quad \text{im Kontinuum:} \quad d\tau_{\text{geo}} \equiv \frac{db_{\text{int}}^{\text{rev}}}{\kappa_\tau}.$$

Hierbei bezeichnet $\delta b_{\text{int}}^{\text{rev}}$ den reversiblen Anteil des internen Flusses. Die zugehörige Zerlegung

$$\delta b_{\text{int}} = \delta b_{\text{int}}^{\text{rev}} + \delta b_{\text{irr}}, \quad \delta b_{\text{irr}} \geq 0,$$

ist durch die in den FBA - Grundlagen angegebenen Kriterien fixiert. Im (nahezu) reversiblen Grenzfall fällt τ_{geo} mit der in Teil I verwendeten reversiblen Eigenzeit τ_{rev} zusammen.

^aSiehe FBA Teil I: FBA - Grundlagen, Kapitel I.3 - I.4: Ein-Schritt-Budget/Zerlegung sowie Eigenzeit & Alterung.

Warum muss die geometrische Eigenzeit an den reversiblen Anteil gebunden werden? Weil wir τ_{geo} als geometrische Größe verwenden wollen, die im kinematischen Limes als Linienlänge

¹⁴Siehe FBA Teil I: FBA - Grundlagen, Kapitel I.3: Bilanzgleichungen & Invarianzen.

¹⁵Siehe FBA Teil I: FBA - Grundlagen, Kapitel I.4.3: Externe Kalibration und Wahl von κ_τ .

einer Quadrik erscheint. Irreversible Beiträge tragen zwar zur „erlebten“ Gesamtdauer bei, sind aber nicht durch reine Koordinaten- oder Bewegungsänderung austauschbar. Diese Unterscheidung ist später die Grundlage dafür, Zeitdilatation als bilanzielle Umverteilung (reversibel) zu identifizieren, ohne dissipative Alterungseffekte mitzunehmen.

Formelkasten II.4.1: Eigenschaften der geometrischen Eigenzeit

Standardbezug: Additivität/Proper-Time als Linienlänge im SR-Limes [2].^a

Für jedes Pfadsegment $\Gamma \subset \gamma$ gelten:

1. **Additivität:** $\Gamma = \Gamma_1 \circ \Gamma_2 \Rightarrow \tau_{\text{geo}}[\Gamma] = \tau_{\text{geo}}[\Gamma_1] + \tau_{\text{geo}}[\Gamma_2]$.
2. **Refinement-Invarianz:** Verfeinerungen der Schrittzerlegung ändern τ_{geo} nicht.
3. **Lokalität in der Komposition:** Lokale Operationen auf disjunkten Teilsystemen addieren sich; Parallelkomposition respektiert τ_{geo} .
4. **Koordinatenunabhängigkeit:** τ_{geo} hängt nur von der Weltlinie γ (und der globalen Kalibration κ_τ), nicht von einer Wahl von (t, \vec{x}) , ab.
5. **Minkowski-Limes (Vorschau):** Im kontinuierlichen kinematischen Limes wird $d\tau_{\text{geo}}$ die Linienlänge der später eingeführten Budget-Quadrik (siehe Kapitel II.6).

^aSiehe FBA Teil I: FBA - Grundlagen, Kapitel I.3 - I.6: Refinement-Invarianz, Komposition/Lokalität.

Für den Lesefaden genügt es, (1) und (2) als unmittelbare Konsequenzen der Definition und der Refinement-Invarianz zu lesen; eine knappe Skizze steht optional im nächsten Kasten.

Beweisskizze II.4.1: zu (1) und (2) in Formelkasten II.4.1

(1) ist eine direkte Konsequenz aus der Definition als Summe bzw. Integral entlang des Pfades.

(2) folgt daraus, dass Bilanz und Zerlegung in reversible und irreversible Beiträge refinementsicher sind: Eine Verfeinerung ersetzt einen Schritt durch mehrere Teil-Schritte, deren reversible Anteile sich (nach Kalibration durch κ_τ) genau zum ursprünglichen reversiblen Anteil addieren.^a

^aSiehe FBA Teil I: FBA - Grundlagen, Kapitel I.3: Refinement-Invarianz der Bilanz.

Als zweite intrinsische Größe definieren wir nun den irreversiblen Anteil als Alterung; er addiert sich zur totalen Eigenzeit, ohne das geometrische Linienelement zu verändern.

Definition II.4.2: Alterung (irreversibler Anteil)

Der *Alterungsfunktional* auf $\Gamma \subset \gamma$ ist die kalibrierte Summe des irreversiblen internen Anteils:

$$A[\Gamma] \equiv \frac{1}{\kappa_\tau} \sum_{n \rightarrow n+1 \in \Gamma} \delta b_{\text{irr}}(n), \quad \text{im Kontinuum:} \quad dA \equiv \frac{db_{\text{irr}}}{\kappa_\tau} \geq 0.$$

Damit ergibt sich die *totale* Eigenzeit als

$$\tau_{\text{tot}}[\Gamma] \equiv \tau_{\text{geo}}[\Gamma] + A[\Gamma] = \frac{1}{\kappa_\tau} \sum_{n \rightarrow n+1 \in \Gamma} \delta b_{\text{int}}(n),$$

wobei τ_{geo} den reversiblen (geometrischen) Anteil bezeichnet.

Diese Definition macht eine zweite, testrelevante Aussage sichtbar: Selbst wenn zwei Weltlinien denselben geometrischen Anteil τ_{geo} haben, kann ihre totale Eigenzeit τ_{tot} auseinanderlaufen, wenn die irreversiblen Beiträge unterschiedlich sind. Damit wird Alterung zu einer eigenständigen Größe, die nicht durch reine Bewegungs- oder Koordinatentransformation „wegtransformiert“ werden kann.

Formelkasten II.4.2: Monotonie & Ungleichungen (DPI/Spohn)

Standardbezug: DPI/Monotonie [3, 4] und Spohn-Monotonie [5, 6].^a

Sei die unselektierte Dynamik zwischen Schritten CPTP/GKLS-zulässig und unterliege der Spohn-Monotonie. Dann gilt im Erwartungswert:

$$\mathbb{E}[\delta A] \geq 0, \quad \Rightarrow \quad \mathbb{E}[d\tau_{\text{tot}}] = \mathbb{E}[d\tau_{\text{geo}}] + \mathbb{E}[dA] \geq \mathbb{E}[d\tau_{\text{geo}}].$$

Insbesondere kann keine lokale CPTP-Operation (ohne Post-Selection) den Erwartungswert der totalen Eigenzeit *verringern* (kein Anti-Aging). Gleichheit gilt genau für (effektiv) reversible Schritte.

^aSiehe FBA Teil I: FBA - Grundlagen, Kapitel I.5: CPTP/GKLS, DPI/Spohn.

Einordnung. Bis hierher haben wir drei Ebenen sauber getrennt: (1) die Ordnung der Updates (Kapitel II.3), (2) die geometrische Eigenzeit τ_{geo} als reversibler interner Fluss (kalibriert über κ_τ) und (3) die Alterung A als irreversibler Beitrag mit Monotoniestruktur. Im nächsten Kapitel koppeln wir diese intrinsischen Größen an die externe Referenzstruktur: Die Front-Kalibration (Kapitel II.5) fixiert die Vergleichsskala und verknüpft sie operativ mit der maximalen Ausbreitungsrate c .

II.5 Externe Kalibration, Front & Invarianz von c

Bis hierher haben wir (i) eine Zeitordnung als Einbettung der Frame-Abfolge konstruiert (Kapitel II.3) und (ii) intrinsische, koordinatenfreie Größen entlang einer Weltlinie definiert, nämlich geometrische Eigenzeit und Alterung als integrierte Budgetanteile (Kapitel II.4). Was noch fehlt, ist die metrologische Brücke: Wie werden Zahlenwerte von t , τ_{geo} und Längen so gekoppelt, dass verschiedene Systeme und Labore dieselbe Skala rekonstruieren? Genau das leistet die *Front-Kalibration*. Sie führt eine reproduzierbare Referenzprozedur ein, die die Kopplung zwischen externer Kontierung, Koordinatenzeit und Reichweite fixiert und damit die Konstante c nicht postuliert, sondern als Verhältnis kalibrierter Kostensätze bestimmt.¹⁶

Der logische Nutzen ist unmittelbar: Erst wenn c operativ fixiert ist, kann die spätere Budget-Quadrik so normiert werden, dass ihre Nullrichtungen genau die Signalfronten sind. Damit wird der Lichtkegel nicht angenommen, sondern als Grenzstruktur der Zulässigkeit verankert.

Definition II.5.1: Kalibration über eine Signalfront (Frontkosten)

Eine (*Front-*)*Kalibration* fixiert zwei externe Kostensätze $\kappa_t, \kappa_x > 0$ (Budget pro Dauer bzw. Budget pro Reichweite) so, dass für jeden zulässigen Schritt:

1. **Zeit-Kalibration (externe Dauer):** Das beobachterseitige Koordinatenzeit-Inkrement Δt ist an den externen Budgetanteil pro Schritt gekoppelt:

$$\delta b_{\text{ext}} = \kappa_t \Delta t.$$

2. **Längen-Kalibration (externe Reichweite):** Eine räumliche Relationenänderung um $\|\Delta \vec{x}\|$ kostet mindestens externes Budget:

$$\kappa_x \|\Delta \vec{x}\| \leq \delta b_{\text{ext}}.$$

3. **Definition der Frontkonstante:** Die Frontkonstante ist das daraus abgeleitete Verhältnis

$$c := \frac{\kappa_t}{\kappa_x}.$$

Ein *Front-Schritt* (Signalfront als Kalibrationsreferenz) ist ein zulässiger Schritt, der die Reichweiten-Kopplung saturiert, $\kappa_x \|\Delta \vec{x}\| = \delta b_{\text{ext}}$, und im idealisierten Grenzfall keinen reversiblen internen Anteil trägt,

$$\delta b_{\text{int}}^{\text{rev}} = 0 \quad (\text{idealer Grenzfall zusätzlich: } \delta b_{\text{irr}} = 0).$$

Dann realisiert er $\|\Delta \vec{x}\|/\Delta t = c$ und zugleich $\Delta \tau_{\text{geo}} = 0$. Zusammen mit der internen Kalibration κ_τ (Kapitel II.4) koppelt die Front-Kalibration damit die Einheiten von t , τ_{geo} und $\|\cdot\|$ in einer reproduzierbaren Weise.

Warum ist das der richtige Zugriff? Weil hier zwei Dinge sauber getrennt werden: (1) Die Klasse zulässiger Signale/Prozesse ist durch Dynamik- und Budgetannahmen bestimmt, nicht durch Koordinatenwahl. (2) Die Metrologie wird durch κ_t, κ_x an externe Kontierung gebunden; c entsteht als Verhältnis dieser beiden Kalibrationssätze und ist damit abgeleitet, nicht postuliert. Das Extremalbild (Front als saturierender Grenzfall) ist dabei stabil, weil

¹⁶Siehe FBA Teil I: FBA - Grundlagen, Kapitel I.3: Kalibration, Frontschränke, Signalfront.

zusätzliche interne oder irreversible Kontierung die pro Schritt verfügbare externe Kontierung für Reichweitzuwachs nicht erhöht.

Lemma II.5.1: Frontschränke aus Kalibration und Budgetpositivität

Unter Definition II.5.1 gilt für jeden zulässigen Schritt

$$\frac{\|\Delta\vec{x}\|}{\Delta t} \leq c \quad (\Delta t > 0).$$

Falls $\Delta t = 0$, gilt wegen $\delta b_{\text{ext}} = \kappa_t \Delta t = 0$ und $\kappa_x \|\Delta\vec{x}\| \leq \delta b_{\text{ext}}$ notwendig $\Delta\vec{x} = 0$ (kein räumlicher Versatz ohne Zeitinkrement).

Für den Lesefaden genügt die Ungleichung als direkte Konsequenz der Kalibrationskopplungen; eine kurze Skizze steht optional im nächsten Kasten.

Beweisskizze II.5.1: Frontschränke aus Kalibration und Budgetpositivität

Für $\Delta t > 0$: Aus $\kappa_x \|\Delta\vec{x}\| \leq \delta b_{\text{ext}}$ und $\delta b_{\text{ext}} = \kappa_t \Delta t$ folgt $\kappa_x \|\Delta\vec{x}\| \leq \kappa_t \Delta t$, also $\|\Delta\vec{x}\| \leq (\kappa_t / \kappa_x) \Delta t = c \Delta t$, und damit $\|\Delta\vec{x}\| / \Delta t \leq c$. Der Fall $\Delta t = 0$ ist in Lemma II.5.1 separat behandelt.

Diese Schranke ist mehr als eine „Speed-Limit“-Aussage: Sie macht Fronten zu einer operativen Grenze, an der die geometrische Eigenzeit verschwindet. Das ist genau die Struktur, die im Minkowski-Limes als Nullrichtung der Quadrik erscheint.

Korollar II.5.1: Signalfronten und Null-Eigenzeit

Weltlinien/Schritte, die die Frontschränke saturieren und als Front-Schritte im Sinn von Definition II.5.1 realisiert sind, sind *Signalfronten*. Für sie gilt im (idealisierten) Grenzfall:

$$\Delta\tau_{\text{geo}} = 0 \quad \text{und} \quad \frac{\|\Delta\vec{x}\|}{\Delta t} = c.$$

Damit markieren Fronten die nullartigen Grenzfälle der später eingeführten Budget-Quadrik: Sie spannen den Lichtkegel auf und fixieren die Kegelstruktur metrologisch. Eine weiterführende Ausarbeitung der Kegelstruktur und ihrer mikrokausalen Rolle findet sich in *Teil V: Raumzeit, Lichtkegel & lokale Feldtheorie*.^a Die Gruppentheorie der Invarianz folgt in Kapitel II.7.

^aSiehe FBA Teil V: Raumzeit, Lichtkegel & lokale Feldtheorie, Kapitel V.3 - V.5: Lichtkegel & Mikrokausalität.

Metrologische Invarianz von c

Kernaussage. c ist keine postulierte Naturkonstante, sondern der *metrologische* Fixpunkt eines Kalibrationsprotokolls: $c = \kappa_t/\kappa_x$.

Begründung (strukturiert).

1. *Fixierung über Kostensätze.* Das Front-Protokoll bindet externe Dauer und externe Reichweite an dieselbe externe Kontierung: $\delta b_{\text{ext}} = \kappa_t \Delta t$ und $\kappa_x \|\Delta \vec{x}\| \leq \delta b_{\text{ext}}$. Damit folgt die Frontschränke $\|\Delta \vec{x}\|/\Delta t \leq \kappa_t/\kappa_x$ und die Definition $c := \kappa_t/\kappa_x$ (siehe Definition II.5.1 und Lemma II.5.1).
2. *Replikation ohne Zusatzannahmen.* Wird dasselbe Protokoll in beliebigen lokalen Inertialsituationen wiederholt, operiert es auf derselben Klasse zulässiger Prozesse und denselben Kostenrelationen. Der so rekonstruierte c ist daher protokoll- und standortunabhängig, solange die zugrunde liegenden Zulässigkeitsannahmen erfüllt sind.
3. *Geometrische Verankerung als nächste Stufe.* In Kapitel II.6 identifizieren wir Fronten als Nullrichtungen der Budget-Quadrik. In Kapitel II.7 folgt dann, dass die Isometrien der Quadrik den Lichtkegel erhalten und damit c in allen Inertialsystemen invariant bleibt.

Konsequenzen.

- c ist eine *Kalibrationskonstante*: ihr Wert folgt aus einem reproduzierbaren Messprotokoll (Fixierung von κ_t, κ_x), nicht aus einem Postulat.
- Jede korrekt ausgeführte Kalibration muss denselben c liefern; Abweichungen deuten auf Protokollfehler oder auf eine Verletzung der zugrunde liegenden Zulässigkeitsannahmen hin.

Mit der Front-Kalibration sind nun die externen Einheiten fixiert, und die Frontschränke liefert die operative Grenzstruktur, die im nächsten Schritt geometrisiert wird: In Kapitel II.6 formen wir die Bilanz so um, dass sie als Quadrik gelesen werden kann, deren Nullrichtungen genau die hier definierten Signalfrenten sind.

II.6 Budget-Quadrik und Minkowski-Limes

Mit Kapitel II.5 ist die metrologische Klammer geschlossen: Zeitinkremente Δt , Längen $\|\Delta\vec{x}\|$ und die Frontschränke $\|\Delta\vec{x}\|/\Delta t \leq c$ sind operativ fixiert. Was jetzt noch fehlt, ist ein *invariantes* Linienelement, das die geometrische Eigenzeit aus Definition II.4.1 als Linienlänge realisiert und dessen Nullmenge exakt den Signalfronten entspricht. Genau hier entsteht die Quadrik: Unter den Symmetrieannahmen des kinematischen, homogenen und (nahezu) reversiblen Grenzfalls ist sie (bis auf Normierung) die natürliche lokal-quadratische Invarianzstruktur, die (i) die Fronten als Nullrichtungen besitzt und (ii) mit räumlicher Isotropie sowie Umkehrsymmetrie verträglich ist. Die Vollaussarbeitung der Kalibration und der Bilanz-Invarianzen steht in den FBA - Grundlagen.¹⁷

Der entscheidende Punkt ist dabei nicht, dass wir Minkowski-Sprache „einführen“, sondern dass die Bilanz zusammen mit der Frontkalibration bereits festlegt, *welche* Kombination aus Δt und $\Delta\vec{x}$ invariant sein muss, wenn Fronten die Grenzfälle zulässiger Signale darstellen sollen. Damit wird der Lichtkegel zur operativen Grenze, und τ_{geo} zur dazugehörigen Linienlänge.

Formelkasten II.6.1: Budget-Quadrik (diskret) und kontinuierlicher Limes

Standardbezug: Minkowski-Intervall und Proper-Time als Linienlänge [1, 2].

Seien Δt und $\Delta\vec{x}$ die (kalibrierten) Zeit- und Rauminkremente zwischen zwei aufeinanderfolgenden Frames. Sei $\kappa_\tau > 0$ die Eigenzeit-Kalibration (vgl. Definition II.4.1). Der zugehörige reversible interne Budgetanteil auf dem Schritt sei $\delta b_{\text{int}}^{\text{rev}}$. Dann ist das geometrische Eigenzeit-Inkrement auf dem Schritt

$$\Delta\tau_{\text{geo}} := \frac{\delta b_{\text{int}}^{\text{rev}}}{\kappa_\tau} \quad (\text{im Kontinuum: } d\tau_{\text{geo}} = db_{\text{int}}^{\text{rev}}/\kappa_\tau).$$

Im reversiblen Grenzfall ($\delta A = 0$, äquivalent $\delta b_{\text{int}} = 0$) gilt für kleine Inkremente eine lokal-quadratische Relation der Form

$$-c^2 (\Delta\tau_{\text{geo}})^2 = -c^2 (\Delta t)^2 + \|\Delta\vec{x}\|^2 + \mathcal{O}(\|\Delta\|^3),$$

wobei $\|\Delta\|$ eine gemeinsame Kleinskalierung der Inkremente bezeichnet und c die Kalibrationskonstante aus Definition II.5.1 ist.

Im kontinuierlichen Limes $\Delta \rightarrow 0$ ergibt sich das Minkowski-Linienelement

$$-c^2 d\tau_{\text{geo}}^2 = -c^2 dt^2 + \|d\vec{x}\|^2,$$

mit Signatur $(- + + +)$.

Fronten (Korollar II.5.1) sind genau die Nullrichtungen der Quadrik, das heißt (für $dt > 0$)

$$d\tau_{\text{geo}} = 0 \iff \frac{\|d\vec{x}\|}{dt} = c.$$

(Bei $dt = 0$ ist $d\vec{x} = 0$ erzwungen; vgl. Lemma II.5.1.)

Die Aussage in Formelkasten II.6.1 ist bewusst lokal formuliert: Sie fixiert die Quadrik über (i) die Nullstruktur der Fronten und (ii) Symmetrieannahmen im kinematischen, homogenen Limes. Die nächste Stufe ist dann die Isometriegruppe dieser Quadrik, also Lorentz-Symmetrien,

¹⁷Siehe FBA Teil I: FBA - Grundlagen, Kapitel I.3: Kalibration, Frontschränke, Signalfront.

die genau diese Nullstruktur erhalten (Kapitel II.7).

Beweisskizze II.6.1: Budget-Quadrik (diskret) und kontinuierlicher Limes

Ausgangspunkt. Für einen Schritt gilt (mit der in Teil I festgelegten Kontierung/Normalisierung) die Schrittbilanz

$$\delta b_{\text{int}}^{\text{rev}} + \delta b_{\text{ext}} + \delta b_{\text{irr}} = 1,$$

im reversiblen Grenzfall also $\delta b_{\text{irr}} = 0$. Refinement-Invarianz stellt sicher, dass Zerlegung und Bilanz unter Verfeinerung stabil bleiben.^a

Schlüsseliidee. Wir suchen eine lokale Invarianzrelation zwischen $\Delta\tau_{\text{geo}}$, Δt und $\Delta\vec{x}$, die Fronten als Grenzfälle ($\Delta\tau_{\text{geo}} = 0$, $\|\Delta\vec{x}\|/\Delta t = c$) reproduziert und im reversiblen Grenzfall keine Richtung im Raum bevorzugt.

Schritte.

1. *Front-Kalibration als Nullbedingung.* Durch Definition II.5.1, Lemma II.5.1, und Korollar II.5.1 ist festgelegt: Fronten saturieren $\|\Delta\vec{x}\|/\Delta t = c$ und tragen keinen reversiblen internen Anteil, also $\delta b_{\text{int}}^{\text{rev}} = 0$ bzw. $\Delta\tau_{\text{geo}} = 0$. Damit ist die gesuchte Invarianzrelation auf der Front *nullartig*.
2. *Lokale Quadrik aus Symmetrien.* Im kinematischen, homogenen Limes (keine Gradienten, keine ausgezeichneten Raumrichtungen) hängt die führende Relation zwischen Inkrementen nur von Δt und $\|\Delta\vec{x}\|$ ab. Umkehrsymmetrie im reversiblen Grenzfall eliminiert lineare Terme, und räumliche Isotropie eliminiert gemischte $\Delta t \Delta x_i$ -Terme. Damit hat die führende Näherung zwangsläufig die Form

$$Q(\Delta t, \Delta\vec{x}) = -\alpha (\Delta t)^2 + \beta \|\Delta\vec{x}\|^2 \quad \text{mit } \alpha, \beta > 0.$$

3. *Fixierung durch die Nullstruktur.* Da $Q = 0$ genau die Fronten beschreiben soll, muss für Frontschritte $\|\Delta\vec{x}\|/\Delta t = c$ gelten. Einsetzen ergibt $-\alpha + \beta c^2 = 0$, also $\alpha/\beta = c^2$.
4. *Identifikation des Linienmaßes.* Wir definieren $\Delta\tau_{\text{geo}}$ als das (bis auf Normierung) eindeutige Linienmaß, das Q parametrisiert:

$$-c^2 (\Delta\tau_{\text{geo}})^2 := Q(\Delta t, \Delta\vec{x}).$$

Die Kalibration fixiert die Einheiten so, dass (durch die gewählte Raum-Normierung) $\beta = 1$ gesetzt werden kann, und damit $\alpha = c^2$. Dies liefert genau Formelkasten II.6.1 im Limes $\Delta \rightarrow 0$.

5. *Hinweis auf höhere Ordnung.* Die Terme $\mathcal{O}(\|\Delta\|^3)$ fassen nichtideale Effekte zusammen (z.B. Abweichungen vom homogenen, streng kinematischen Grenzfall). In dieser Abhandlung werden sie im flachen Limes unterdrückt; ihre Rolle als potenziell testbare Abweichungen wird später im Pass/Fail-Teil systematisiert.^b

Dissipation. Ein irreversibler Anteil $\Delta A > 0$ (mit $\Delta A = \delta b_{\text{irr}}/\kappa_\tau$) erhöht die *totale* Eigenzeit $d\tau_{\text{tot}} = d\tau_{\text{geo}} + dA$, ändert aber nicht das geometrische Linienelement; siehe Definition II.4.2 und Formelkasten II.4.2.

^aSiehe FBA Teil I: FBA - Grundlagen, Kapitel I.3: Refinement-Invarianz der Bilanz.

^bSiehe FBA Teil X: Vorhersagen, Falsifizierbarkeit & Brücke FBA \rightarrow QM \leftrightarrow ART, Kapitel X.6 - X.8: Tests & Vergleich.

Die Quadrik liefert damit die operative Kausalstruktur: Fronten sind die Nullrichtungen, zeitartige Inkremente tragen positive geometrische Eigenzeit, und raumartige Inkremente würden eine effektive Steigung $> c$ erfordern und sind daher nicht durch signalvermittelte

Kausalität realisierbar. Diese Sprache ist genau diejenige, die in *Teil V: Raumzeit, Lichtkegel & lokale Feldtheorie* zur Mikrokausalität weitergeführt wird.¹⁸

Lichtkegelstruktur

Definition. Mit $x^\mu = (ct, x, y, z)$, $dx^\mu = (c dt, d\vec{x})$ und $\eta = \text{diag}(-1, 1, 1, 1)$ definiert die Budget-Quadrik

$$\eta_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu = -c^2 dt^2 + \|d\vec{x}\|^2$$

den *Lichtkegel* als Nullmenge $\eta_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu = 0$ (vgl. Formelkasten II.6.1).

Klassifikation.

lichtartig $\eta_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu = 0 \Leftrightarrow d\tau_{\text{geo}} = 0$. Die Mantelfläche des Kegels wird von Fronten saturiert; $\|d\vec{x}\|/dt = c$ (Korollar II.5.1).

zeitartig $\eta_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu < 0 \Rightarrow d\tau_{\text{geo}} > 0$. Punkte sind durch zulässige Signale kausal verbindbar; τ_{geo} misst die invariante Linienlänge.

raumartig $\eta_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu > 0$. Eine Verbindung würde eine effektive Steigung $> c$ erfordern und ist daher durch die Frontschränke ausgeschlossen; die lokale Dynamik respektiert No-Signalling.

Vergangenheit/Zukunft. Das Vorzeichen von dt trennt Zukunfts- und Vergangenheitskegel; die Mengen J^\pm ergeben sich als Vereinigungen zeit- oder lichtartiger Pfade mit $\pm dt \geq 0$.

Weiterführung. Die Lorentz-Isometrien erhalten die Nullmenge (Lichtkegel) und damit die Frontsteigung c ; siehe Kapitel II.7.

¹⁸Siehe FBA Teil V: Raumzeit, Lichtkegel & lokale Feldtheorie, Kapitel V.3 - V.5: Lichtkegel & Mikrokausalität.

II.7 Relativität & Lorentz-Symmetrien aus der Quadrik

Kapitel II.6 hat die entscheidende Brücke geliefert: Aus Bilanz und Front-Kalibration folgt ein Linienelement, dessen Nullrichtungen genau die Signalfronten sind. Damit ist nicht nur eine „Geschwindigkeitsgrenze“ gegeben, sondern eine vollständige lokale Kausalstruktur. Der nächste Schritt ist dann: Wenn $-c^2 dt^2 + \|d\vec{x}\|^2$ das operative Linienelement im kinematischen, homogenen Limes ist, dann sind genau diejenigen Koordinatensysteme *gleichberechtigt*, in denen diese Quadrik dieselbe Form besitzt. Die Relativität der Gleichzeitigkeit und die Lorentz-Symmetrien sind somit keine Zusatzannahmen, sondern Aussagen über die Isometrien dieser Quadrik (im kinematischen, homogenen Limes).¹⁹ [1, 2]

Wir fassen das in zwei Schritten: Zuerst folgt Zeitdilatation unmittelbar als Verhältnis von geometrischer Eigenzeit zu Koordinatenzeit entlang einer Weltlinie. Danach identifizieren wir die Koordinatentransformationen, die die Quadrik invariant lassen - das sind Lorentz-Transformationen.

Lemma II.7.1: Zeitdilatation als Konsequenz der Quadrik

Standardbezug: Zeitdilatation/Proper-Time-Formel [2, 7].

Für ein System mit (lokal) konstanter Relativgeschwindigkeit

$$v = \left\| \frac{d\vec{x}}{dt} \right\|$$

relativ zu einem kalibrierten Inertialsystem gilt

$$d\tau_{\text{geo}} = dt \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \quad \iff \quad \frac{d\tau_{\text{geo}}}{dt} = \gamma^{-1}, \quad \gamma \equiv \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{-1/2}.$$

Im nichtinertialen Fall ergibt sich die integrierte Form

$$\tau_{\text{geo}}[\Gamma] = \int_{\Gamma} dt \sqrt{1 - \frac{\|\dot{\vec{x}}(t)\|^2}{c^2}},$$

wobei Γ die Weltlinie des Systems bezeichnet (und $dt > 0$ die Zeitorientierung festlegt).

Für den Lesefaden genügt die Dilatationsformel als unmittelbare Konsequenz des Linienelements; eine knappe Skizze steht optional im nächsten Kasten.

Beweisskizze II.7.1: Zeitdilatation als Konsequenz der Quadrik

us Formelkasten II.6.1 folgt im Kontinuum

$$-c^2 d\tau_{\text{geo}}^2 = -c^2 dt^2 + \|d\vec{x}\|^2 = -c^2 dt^2 + v^2 dt^2.$$

Division durch $-c^2$ und Ziehen der (positiven) Wurzel für $dt > 0$ liefert die Behauptung.

Die Aussage ist hier bewusst als unmittelbare Konsequenz der Quadrik formuliert: Sobald Fronten als Nullrichtungen festliegen und τ_{geo} das zugehörige Linienmaß ist, kann das

¹⁹Siehe FBA Teil I: FBA - Grundlagen, Kapitel I.4: Minkowski-Limes & Quadrik.

Verhältnis $d\tau_{\text{geo}}/dt$ nur von der lokalen Steigung v abhängen. Genau diese Kopplung wird im nächsten Kapitel als *Budget-Umverteilung* interpretiert.

Korollar II.7.1: Lorentz-Isometrien der Budget-Quadrik

Standardbezug: Lorentz-Gruppe als Isometrien der Minkowski-Form [1, 2, 8].

Schreibe $x^\mu = (ct, x, y, z)$, $dx^\mu = (c dt, d\vec{x})$ und $\eta = \text{diag}(-1, 1, 1, 1)$, sodass

$$\eta_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu = -c^2 dt^2 + \|d\vec{x}\|^2.$$

Dann bilden die linearen Transformationen Λ mit

$$\Lambda^\top \eta \Lambda = \eta$$

die Gruppe $O(1, 3)$, und die physikalisch relevante, orientierungs- und zeit-orientierte Untergruppe ist $SO^+(1, 3)$. Diese Isometrien

1. lassen das Linienelement $\eta_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu$ (und damit $-c^2 d\tau_{\text{geo}}^2$) invariant,
2. erhalten die Nullmenge (Lichtkegel) und damit die Frontsteigung c (Korollar II.5.1),
3. mischen t und \vec{x} gemäß den bekannten Boost- und Rotationsmatrizen, z. B. 1D-Boost:

$$ct' = \gamma(ct - \beta x), \quad x' = \gamma(x - \beta ct), \quad \beta = v/c.$$

Für den Lesefaden reicht die Invarianzbedingung $\Lambda^\top \eta \Lambda = \eta$; die (lokale) Begründung steht optional im nächsten Kasten.

Beweisskizze II.7.2: Lorentz-Isometrien der Budget-Quadrik

Wenn zwei lokale Inertialsysteme dasselbe Linienelement in der Form $\eta_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu$ besitzen sollen, dann muss die Koordinatentransformation die zugehörige Bilinearform erhalten. In der linearen (lokalen) Approximation ist das genau die Bedingung $\Lambda^\top \eta \Lambda = \eta$.

Relativität der Gleichzeitigkeit und Messprotokolle

Die Invarianz des Lichtkegels ist die operative Ursache der Relativität der Gleichzeitigkeit: Wenn zwei Inertialsysteme durch eine Lorentz-Transformation verbunden sind, dann werden die Hyperflächen $t = \text{const}$ auf schiefe Hyperflächen $t' = \text{const}$ abgebildet. Das ist kein Widerspruch zu einer gemeinsamen Kausalstruktur, sondern ihre Konsequenz: Nur der Lichtkegel und das Intervall sind invariant, nicht die Zerlegung in „reine Zeit“ und „reinen Raum“.

Kalibrierte Protokolle sind dabei äquivalent, weil sie an denselben Frontbegriff gekoppelt sind: Synchro- und Distanzfestlegung erfolgen über die Signalfrenten, die in jedem Inertialsystem dieselbe Nullstruktur besitzen. Koordinatenzeiten t und t' unterscheiden sich daher systematisch, während die geometrische Eigenzeit τ_{geo} als Linienlänge invariant bleibt (Definition II.4.1 und Formelkasten II.6.1).

II.8 Zeitdilatation als Budget-Umverteilung

In Kapitel II.4 wurde τ_{geo} als integrierter *reversibler interner* Budgetfluss (kalibriert über κ_τ) definiert. In Kapitel II.5 wurde die externe Skala über eine Signalfront fixiert, und in Kapitel II.6 entstand daraus die Budget-Quadrik als Linienelement. Damit ist Zeitdilatation geometrisch bereits gesichert (Lemma II.7.1). Was in diesem Kapitel hinzukommt, ist die *operative Lesart*: Warum ist die Dilatation im FBA nicht nur ein Koordinatenphänomen, sondern die direkte Folge einer Budget-Umverteilung pro Schritt?

Die Logik ist einfach und streng: Pro Schritt ist die Kontierung begrenzt, und die externe Kalibration bindet Reichweite und Koordinatenzeit an externes Budget. Formal liegt dem die Schrittbilanz zugrunde (mit Zerlegung in extern / intern-reversibel / irreversibel).²⁰ Wenn ein System relativ zum kalibrierten Rahmen Translation realisiert, muss es dafür extern kontieren. Was extern gebunden ist, kann im selben Schritt nicht mehr als reversibler interner Fluss erscheinen. Die Quadrik macht genau diese Umverteilung quantitativ und invariant.

Definition II.8.1: Gemeinsame Kalibration von c und τ_{geo}

Standardbezug: Proper-Time-Normierung (Ruhe) und SR-Limes [2, 7].

Eine c - τ_{geo} -Kalibration ist eine Einheitenwahl, die gleichzeitig

1. die Frontkonstante c über die externe Front-Kalibration fixiert (Definition II.5.1 und Korollar II.5.1), und
2. die interne Eigenzeit-Kalibration κ_τ über eine (nahezu) reversible Referenzuhr im Ruhezustand so normiert, dass entlang ihrer Weltlinie

$$d\tau_{\text{geo}} = dt$$

gilt.

Damit sind t , τ_{geo} und die Längenskala gemeinsam bestimmt. Zusätzliche Dissipation trägt *additiv* zur totalen Eigenzeit bei (Definition II.4.2 und Formelkasten II.4.2).

Diese gemeinsame Normierung ist der Punkt, an dem die Interpretation als Budget-Umverteilung nicht mehr von Konventionen abhängt: Ohne (2) könnte man jede Abweichung zwischen t und τ_{geo} als reine Reskalierung wegdefinieren; erst die Fixierung durch eine Ruhe-Referenzuhr macht die Aussage „reversibler interner Anteil schrumpft bei Bewegung“ zu einer physikalischen Behauptung.

²⁰Siehe FBA Teil I: FBA - Grundlagen, Kapitel I.3: Ein-Schritt-Budget, Bilanzgleichungen & Invarianzen.

Formelkasten II.8.1: Dilatationsformel als Budget-Relation

Standardbezug: SR-Zeitdilatation als Intervallfolgen [2, 7].

Unter der c - τ_{geo} -Kalibration gilt für ein System mit lokaler Geschwindigkeit $v = \|d\vec{x}/dt\|$

$$d\tau_{\text{geo}} = dt \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \quad \Longleftrightarrow \quad -c^2 d\tau_{\text{geo}}^2 = -c^2 dt^2 + \|d\vec{x}\|^2.$$

Äquivalent, in Budgetform (Definition aus Definition II.4.1):

$$db_{\text{int}}^{\text{rev}} = \kappa_{\tau} d\tau_{\text{geo}} = \kappa_{\tau} dt \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}.$$

Damit wird der reversible interne Budgetanteil pro Schritt durch den extern gebundenen Anteil (Translation) reduziert.

Für den Lesefaden genügt Formelkasten II.8.1 als unmittelbare Konsequenz der Quadrik und der Ruhe-Normierung; eine knappe Skizze steht optional im nächsten Kasten.

Beweisskizze II.8.1: Dilatationsformel als Budget-Relation

Normierung bei Ruhe $v = 0 \Rightarrow d\tau_{\text{geo}} = dt$ (Definition II.8.1) und Einsetzen von $v = \|d\vec{x}/dt\|$ in die Quadrik (Formelkasten II.6.1) liefern die Behauptung.

Die Gleichung in Formelkasten II.8.1 ist formal identisch zur SR-Dilatation, aber in der Lesart anders verankert: v ist hier nicht nur eine kinematische Steigung, sondern ein Marker dafür, wie stark der Schritt extern kontiert werden muss, um die beobachtete Translation zu realisieren. Dass genau die Wurzelform erscheint, ist eine direkte Konsequenz der Quadrik, deren Nullrichtungen durch die Frontkalibration festliegen.

Korollar II.8.1: Mit Dissipation: totale vs. geometrische Eigenzeit

Zerlege den internen Fluss in reversiblen und irreversiblen Anteil:

$$d\tau_{\text{tot}} = d\tau_{\text{geo}} + dA, \quad dA \geq 0$$

(Definition II.4.2 und Formelkasten II.4.2). Dann folgt

$$d\tau_{\text{tot}} = dt \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} + dA \geq dt \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}.$$

Die Minkowski-Geometrie ist an τ_{geo} (ideale, reversible Uhr) gebunden; dA modelliert zusätzliche irreversible Budgetarbeit des Systems.

Damit ist auch klar, warum der FBA zwei Ebenen auseinanderhält: Die Quadrik kontrolliert die reversible Geometrie, während irreversible Altern eine zusätzliche, monotone Struktur trägt. Beides zusammen ist experimentell relevant, weil reale Uhren nie exakt reversibel sind, aber gerade diese Abweichungen als systematische Korrekturen modellierbar bleiben.

Operative Konsequenzen

Transportuhren und Zwillingaufbau. Vergleichsexperimente trennen τ_{geo} (geometrisch) von A (irreversibel): Die kinematische Dilatation folgt aus Formelkasten II.8.1; zusätzliche Abweichungen in der Gesamtbilanz werden als dA bilanziert und sind damit nicht mehr als „Koordinateneffekt“ interpretierbar.

Ideale Uhren als Grenzfall. Messprotokolle, die dA minimieren, realisieren ideale Uhren und testen direkt die Relation aus Formelkasten II.8.1. Umgekehrt liefern Protokolle mit kontrolliert erhöhter Dissipation eine Möglichkeit, geometrische und dissipative Beiträge experimentell zu entkoppeln.^a

Testlogik. Im FBA ist die Standard-Dilatation damit nicht nur eine Konsequenz von Inertialsymmetrie, sondern ein Budgetstatement: Wenn $\|\dot{\vec{x}}\|$ steigt, muss der reversible interne Anteil (und damit $d\tau_{\text{geo}}/dt$) sinken. Ein Pass/Fail-Rahmen, der genau solche Trennungen systematisiert, wird später explizit formuliert.^b

^aSiehe FBA Teil VIII: Klassischer Limes, Thermodynamik & Altern, Kapitel VIII.6 - VIII.8: DPI/Spohn & Altersmaß.

^bSiehe FBA Teil X: Vorhersagen, Falsifizierbarkeit & Brücke FBA \rightarrow QM \leftrightarrow ART, Kapitel X.6 - X.8: Tests & Vergleich.

II.9 Kausalität, Lichtkegel & lokale Feldstruktur (Ausblick)

Die Budget-Quadrik (Formelkasten II.6.1) liefert nicht nur die Dilatationsformel, sondern die gesamte Lichtkegelstruktur: Fronten (Korollar II.5.1) bilden den Nullmantel und trennen damit operational zwischen kausal erreichbaren und kausal unerreichbaren Regionen.

Dieser Abschnitt ist ein Ausblick, weil hier bereits sichtbar wird, warum die späteren Lokalisierungs- und Feldannahmen nicht „zusätzlich“ sind: Sobald eine Kegelstruktur festliegt, wird „lokal“ zu einer Aussage darüber, welche Operationen welche Regionen überhaupt beeinflussen können. Die dafür benötigte Kompositions- und Lokalisierungsstruktur wird in den FBA - Grundlagen eingeführt.²¹

Wir formulieren zunächst die üblichen kausalen Mengen J^\pm direkt aus der Quadrik. Danach geben wir eine operative No-Signalling-Aussage: Raumartig getrennte Regionen bleiben auf Erwartungswerten entkoppelt, sofern die Dynamik lokal implementiert wird. Die eigentliche Ausarbeitung als lokale Feldstruktur (lokale GKLS-Dichten, Mikrokausalität, Kontinuitätsgleichungen) folgt in *Teil V: Raumzeit, Lichtkegel & lokale Feldtheorie*.²²

Definition II.9.1: Kausalbereiche aus der Budget-Quadrik

Standardbezug: Kausalstruktur in Minkowski-Raum [2, 8].

Fixiere eine Zeitorientierung über die Koordinatenzeit t (lokales Inertialsystem). Für zwei Ereignisse p, q definiere das Intervall

$$s^2(p, q) \equiv -c^2(t_q - t_p)^2 + \|\vec{x}_q - \vec{x}_p\|^2,$$

entsprechend dem Minkowski-Linienelement

$$-c^2 d\tau_{\text{geo}}^2 = -c^2 dt^2 + \|d\vec{x}\|^2$$

aus Formelkasten II.6.1.

Die kausalen Mengen sind

$$J^\pm(p) = \left\{ q \mid \exists \text{ zeitartiger oder lichtartiger Pfad } \Gamma : p \rightarrow q, d\tau_{\text{geo}} \geq 0, \pm dt \geq 0 \text{ entlang } \Gamma \right\},$$

also die Menge aller Ereignisse, die durch einen nicht-raumartigen, zeitorientierten Pfad erreichbar sind. Ihr Rand $C^\pm(p) = \partial J^\pm(p)$ wird von Nullpfaden (Fronten) gebildet.

Punkte mit $s^2(p, q) > 0$ sind *raumartig* getrennt (außerhalb der Kegel).

Warum diese Definitionen hier? Weil sie genau die Schnittstelle zwischen Geometrie und Dynamik markieren: Die Quadrik sagt, welche Verbindungen kinematisch überhaupt zulässig sind (Frontschränke), und die Kompositions- und Lokalisierungsaxiome sagen, wie Prozesse zusammengesetzt werden dürfen, ohne diese Zulässigkeit zu unterlaufen.

²¹Siehe FBA Teil I: FBA - Grundlagen, Kapitel I.6: Symmetrisch-monoidale Struktur, lokale Operationen & Kausalkegel.

²²Siehe FBA Teil V: Raumzeit, Lichtkegel & lokale Feldtheorie, Kapitel V.3 - V.6: Lichtkegel, Mikrokausalität & lokale Generatoren.

Lemma II.9.1: No-Signalling & Kausalordnung (operativ)

Standardbezug: No-Signalling/CPTP [4] und GKLS-Generatoren [6, 9, 10].

Seien zwei Regionen A, B raumartig getrennt, das heißt jede Verbindung ihrer Punkte ist raumartig im Sinn von Formelkasten II.6.1 bzw. es gilt $s^2 > 0$ aus Definition II.9.1. Unter den in den FBA - Grundlagen eingeführten Prinzipien (symmetrisch-monoidale Komposition, Budget-Additivität, lokale Operationen und das Kausalkegel-Korollar) gilt:^a

1. **No-Signalling (marginal).** Für jede lokal in A implementierte CPTP-Operation \mathcal{E}_A bleibt die reduzierte Statistik in B unverändert, sofern die globale Implementierung die Lokalisationsannahmen aus Teil I erfüllt (keine direkte Kopplung $A \leftrightarrow B$ außerhalb des Kegels):

$$\rho'_B = \text{Tr}_A[(\mathcal{E}_A \otimes \text{id}_B)(\rho_{AB})] = \text{Tr}_A(\rho_{AB}) = \rho_B.$$

2. **Kausale Stützung lokaler Generatoren (Ausblick).** Jede zulässige GKLS-Evolution, deren Generator lokal in A unterstützt ist, ist mit der Kegelordnung kompatibel: Bei lokaler Implementierung gibt es auf Erwartungswerten keine Beeinflussung außerhalb der durch J^\pm festgelegten kausalen Bereiche.

^aSiehe FBA Teil I: FBA - Grundlagen, Kapitel I.6: Lokale Operationen, globale Unabhängigkeit & Kausalkegel.

Beweisskizze II.9.1: No-Signalling & Kausalordnung (operativ)

- (i) Raumartige Trennung bedeutet: Eine direkte Kopplung $A \rightarrow B$ würde eine effektive Steigung $> c$ erfordern und ist damit mit der Frontschränke unvereinbar.
- (ii) Die in Teil I geforderten Kompositions- und Lokalisationsprinzipien (inkl. Budget-Additivität) schließen Implementierungen aus, die durch Verkettung lokaler Schritte außerhalb des Kegels eine effektive Signalübertragung erzeugen würden.
- (iii) Damit gilt: Lokal implementierte CPTP-Maps in A können die Marginalen in B nicht verändern; analog sind lokal unterstützte GKLS-Generatoren mit der Kegelordnung kompatibel (Ausblick auf Teil V).

Korollar II.9.1: Vorschau: lokale Feldgeneratoren

Hinweis (Ausblick/Heuristik): Die konkrete Feldkonstruktion (Stützung, Dichten, Kontinuität) wird erst in Teil V axiomatisch/technisch ausgeführt.^a

Aus der Kegelstruktur und der Lokali t saxiomatik folgt die natürliche Form einer Feldbeschreibung: Ein *lokaler* GKLS-Generator kann als Dichte $\uparrow(x)$ formuliert werden, deren Wirkung auf eine raumartige Hyperfläche Σ (z. B. $t = \text{const}$ im lokalen Inertialsystem) lokal integrierbar ist,

$$\mathcal{L} = \int_{\Sigma} \uparrow(x) d^3x.$$

Lokalität bedeutet dabei: Beiträge aus raumartig getrennten Bereichen sind kausal entkoppelt im Sinn von Lemma II.9.1; im unitären (Hamiltonschen) Grenzfall entspricht dies der üblichen Mikrokausalität (Kommutatorstruktur) in der Feldtheorie.

^aSiehe FBA Teil V: Raumzeit, Lichtkegel & lokale Feldtheorie, Kapitel V.4 - V.6: Lokale GKLS-Dichten, Mikrokausalität & Kontinuitätsgleichungen.

Pfadbkarte zu den Folgeteilen

Die hier etablierte Kegelgeometrie und Front-Invarianz ist die gemeinsame Grundlage für die nächsten Schritte:

- **Teil IV: Dynamik, Messung, GKLS:** Zulässige Kanäle, Messprotokolle und semigruppige Dynamik als CPTP/GKLS-Struktur, kompatibel mit Budget und Lokalität.^a
- **Teil V: Raumzeit, Lichtkegel & lokale Feldtheorie:** Ausbau der hier skizzierten Kausalordnung zu lokaler Feldstruktur (lokale Generatoren, Mikrokausalität, Erhaltung der Kegelstruktur auf Erwartungswerten).^b
- **Teil VI: Gravitation & Geometrie aus Budgetflüssen:** Abweichungen vom flachen Limes durch Budget-Gradienten ($\nabla b \neq 0$) als effektive Krümmung und gravitative Zeitdilatation.^c

^aSiehe FBA Teil IV: Dynamik & Messung (GKLS), Kapitel IV.1 - IV.5: CPTP/GKLS & Messprotokolle.

^bSiehe FBA Teil V: Raumzeit, Lichtkegel & lokale Feldtheorie, Kapitel V.3 - V.6: Lichtkegel & lokale Feldstruktur.

^cSiehe FBA Teil VI: Gravitation & Geometrie aus Budgetflüssen, Kapitel VI.3 - VI.5: Budget-Geometrie, Krümmung & Redshift.

II.10 Vergleich & Einordnung zur Speziellen Relativität

Bis hierher haben wir im flachen, kinematischen Limes eine durchgehende Kette aufgebaut: Abfolge \rightarrow Budget \rightarrow Front-Kalibration \rightarrow Quadrik \rightarrow Lorentz-Isometrien \rightarrow Dilatation. Der Vergleich zur Speziellen Relativität (SR) dient daher nicht als neue Begründung, sondern als Konsistenzcheck: Im idealisierten Grenzfall muss die FBA-Konstruktion die SR-Kinematik reproduzieren, weil beide auf derselben Minkowski-Quadrik beruhen. [1, 2, 7, 8] Die Abgrenzung liegt dann in der Interpretation und in der Zusatzstruktur, die im FBA über Budget, Metrologie und Dissipation verfügbar wird.

Mapping FBA \leftrightarrow SR (flacher, kinematischer Limes)

Standardbezug: SR-Kinematik über Minkowski-Intervall und Proper-Time [1, 2, 7].

- **Eigenzeit:** FBA-*geometrische* Eigenzeit τ_{geo} (Definition II.4.1) \equiv SR: proper time entlang zeitartiger Weltlinien.
- **Metrik/Quadrik:** Budget-Quadrik $-c^2 d\tau_{\text{geo}}^2 = -c^2 dt^2 + \|d\vec{x}\|^2$ (Formelkasten II.6.1) \equiv SR: Minkowski-Intervall $ds^2 = \eta_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu$ mit $x^0 = ct$ und $\eta = \text{diag}(-1, 1, 1, 1)$, also $ds^2 = -c^2 dt^2 + \|d\vec{x}\|^2$ und für zeitartige Weltlinien $ds^2 = -c^2 d\tau^2$.
- **Lichtkegel/Front:** Nullrichtungen der Quadrik \Leftrightarrow Signalfrenten (Korollar II.5.1) \equiv SR: Lichtkegel.
- **Symmetrien:** Isometrien der Quadrik bilden $SO^+(1, 3)$ (Korollar II.7.1) \equiv SR: Lorentz-Gruppe.
- **Dilatation:** $d\tau_{\text{geo}} = dt \sqrt{1 - v^2/c^2}$ (Formelkasten II.8.1) \equiv SR: Zeitdilatation.
- **Clock Hypothesis (operativ):** Ideale Uhren haben $dA = 0$ (Definition II.4.2 und Formelkasten II.4.2) und messen τ_{geo} ; im kinematischen Limes hängt ihre Rate damit nur von der Weltlinie (insbesondere der lokalen Steigung $v(t)$) ab, nicht von zusätzlichen dissipativen Effekten. Reale Uhren addieren $dA \geq 0$ (Gangabweichung ohne Geometrieänderung).
- **Kausalität/No-Signalling:** Raumartige Trennung \Rightarrow keine Beeinflussung auf Erwartungswerten (Komposition/Lokalität; vgl. Lemma II.9.1).

Der Kern des Mappings ist: Sobald (i) Fronten als Nullrichtungen operativ fixiert sind und (ii) τ_{geo} als Linienmaß der Quadrik identifiziert ist, ist die SR-Kinematik im flachen Limes bereits enthalten. Was SR als Postulate formuliert (Invarianz der Lichtgeschwindigkeit, Lorentz-Symmetrie), erscheint im FBA als Konsequenz der Kalibration und der Quadrik.

Formelkasten II.10.1: Identifikation im Minkowski-Limes

Standardbezug: SR als Theorie der Minkowski-Quadrik [1, 2, 8].

Unter den Annahmen *flach, kinematisch* (keine Backreaction, homogene Budgets), c - τ_{geo} -Kalibration (Definition II.8.1) und idealisierter reversibler Uhrendynamik ($dA = 0$) gilt:

Die in Teil II abgeleiteten kinematischen Messrelationen für zeit- und nullartige Prozesse stimmen im Minkowski-Limes mit der SR überein.

Präzise:

- Invariantes Linienmaß ist τ_{geo} (Definition II.4.1),
- Isometrien sind Lorentz-Transformationen (Korollar II.7.1),
- Nullmengen sind Fronten (Korollar II.5.1),
- Messrelationen (z. B. Dilatation) folgen aus Formelkästen II.6.1 und II.8.1.

Geltungsbereich, Tests & zusätzliche Struktur

Geltungsbereich. Lokal-inertial, ohne Gravitation und ohne Rückwirkung; beschleunigte Weltlinien sind erlaubt (Integration von Lemma II.7.1 bzw. Formelkasten II.8.1).

Standardtests (SR).

- Zeitdilatation ruhender vs. bewegter Uhren,
- Front-Invarianz (zweiwegige Lichtlaufzeit),
- Synchronisationsprotokolle über Fronten.

Alle drei Punkte werden hier reproduziert durch Formelkasten II.6.1, Korollar II.7.1, und Definition II.5.1.

Zusätzliche (FBA-spezifische) Struktur.

1. *Metrologie von c* : c ist Kalibrationskonstante eines reproduzierbaren Front-Protokolls (formal $c = \kappa_t/\kappa_x$; Definition II.5.1), nicht Postulat.
2. *Trennung τ_{geo} vs. A* : Reale Uhren messen $\tau_{\text{tot}} = \tau_{\text{geo}} + A$ mit $A \geq 0$ (Definition II.4.2 und Formelkasten II.4.2); SR entspricht dem idealisierten Grenzfall $A = 0$.
3. *Datenverarbeitungs-Pfeil*: Unselektierte CPTP/GKLS-Evolution impliziert Monotonie von A (Spohn-Monotonie; DPI).[3–5] Damit entsteht ein operativer Zeitpfeil ohne Geometrieänderung.^a

Falsifizierbarkeit im flachen Limes.

- (i) Nachweis von $\|\Delta\vec{x}\|/\Delta t > c$ trotz korrekter Kalibration,
- (ii) systematisches Anti-Aging $A < 0$ bei unselektierten lokalen CPTP-Prozessen (DPI-Pfeil/No-Recovery),^b
- (iii) Verletzung der Budget-Additivität bei raumartiger Trennung.^c

Solche Befunde würden den FBA im flachen, kinematischen Limes widerlegen. Ein strukturierter Pass/Fail-Katalog wird in *Teil X* formuliert.^d

^aSiehe FBA Teil I: FBA - Grundlagen, Kapitel I.5: CPTP/GKLS, DPI/Spohn.

^bSiehe FBA Teil I: FBA - Grundlagen, Kapitel I.5: DPI-Pfeil & No-Recovery.

^cSiehe FBA Teil I: FBA - Grundlagen, Kapitel I.6: Budget-Additivität & Lokalität.

^dSiehe FBA Teil X: Vorhersagen, Falsifizierbarkeit & Brücke FBA \rightarrow QM \leftrightarrow ART, Kapitel X.6 - X.8: Tests & Vergleich.

II.11 Zusammenfassung & Checkliste (Pass/Fail)

Dieses Schlusskapitel erfüllt zwei Aufgaben: Erstens verdichten wir die Deduktionslinie dieser Abhandlung zu einem kompakten Mapping auf den SR-Grenzfall. Zweitens formulieren wir daraus eine Pass/Fail-Checkliste.

Die Checkliste ist bewusst entlang der Logikkette aufgebaut: Jeder Punkt ist entweder eine notwendige Reproduktionsbedingung des flachen Minkowski-Limes oder eine direkte Konsequenz der Zusatzstruktur (Budget, Dissipation, Lokalität), die der FBA gegenüber der reinen Postulatformulierung explizit macht.

Kurzfasit der Abhandlung

Standardbezug: SR/Minkowski-Limes und Proper-Time [1, 2, 7].

- **Zeit als Ordnung:** Zeit ist eine streng wachsende Einbettung der Frame-Abfolge; eine Skala entsteht erst durch Kalibration (vgl. Definition II.3.1).
- **Eigenzeit & Alterung:** τ_{geo} ist der reversible interne Budgetfluss; A die irreversible Alterung; totale Eigenzeit $\tau_{\text{tot}} = \tau_{\text{geo}} + A$ (Definitionen II.4.1 und II.4.2 und Formelkasten II.4.2).
- **Kalibration & Front:** c ist metrologisch definierte Kalibrationskonstante der schnellsten Fronten (Definition II.5.1, Lemma II.5.1, und Korollar II.5.1).
- **Budget-Quadrik \Rightarrow Minkowski:** $-c^2 d\tau_{\text{geo}}^2 = -c^2 dt^2 + \|d\vec{x}\|^2$ als kontinuierlicher Limes (Formelkasten II.6.1); Lichtkegelstruktur folgt.
- **Lorentz-Symmetrien & Dilatation:** Isometrien bilden $SO^+(1, 3)$ (Korollar II.7.1); $d\tau_{\text{geo}} = dt\sqrt{1 - v^2/c^2}$ (Formelkasten II.8.1).

Das Kurzfasit sagt damit auch, was hier *nicht* geleistet wird: Krümmung, Backreaction und Skalenläufe liegen außerhalb des flachen, kinematischen Limes und werden erst in späteren Teilen als Abweichungen von genau dieser Referenzstruktur behandelt.

Checkliste (Pass/Fail) für den flachen, kinematischen Limes

Pass - notwendige Erfüllungen

1. **Front-Invarianz:** Ein replizierbares Kalibrationsprotokoll liefert denselben c in allen lokalen Inertialszenarien (Definition II.5.1 und Korollar II.5.1).
2. **SR-Äquivalenz im Idealfall:** In flachen, lokal-inertialen Situationen stimmen Messrelationen $\{-c^2 d\tau_{\text{geo}}^2 = -c^2 dt^2 + \|d\vec{x}\|^2, d\tau_{\text{geo}} = dt\sqrt{1 - v^2/c^2}\}$ mit den SR-Standardtests überein (Formelkästen II.6.1 und II.8.1).[1, 2, 7]
3. **Lorentz-Isometrien:** Transformationsgesetze erhalten Lichtkegel und τ_{geo} (lokale Isometrien der Quadrik, Korollar II.7.1).[1, 8]
4. **Trennung τ_{geo} und A :** Ideale Uhren sind als Grenzfall realisierbar (nahe $dA = 0$), und reale Uhren zeigen einen additiven irreversiblen Beitrag $A \geq 0$, ohne dass die geometrische Dilatationsformel dadurch verändert wird (Definition II.4.2 und Formelkästen II.4.2 und II.8.1).[3, 5]
5. **Kausalstruktur:** Keine beobachtbare Beeinflussung über raumartige Trennung; Ausbreitungen bleiben innerhalb der Kegel (Lemma II.9.1; vgl. Kapitel II.9).[4]

Fail - widerlegende Beobachtungen (jeweils bei korrekter Protokollierung)

1. $\|\Delta\vec{x}\|/\Delta t > c$ oder systematische Anisotropien von c trotz identischer Kalibration (Definition II.5.1 und Lemma II.5.1).
2. Beobachtete Verletzung der Monotonie/Irreversibilitäts-Ungleichung, z. B. $\mathbb{E}[\delta A] < 0$ für unselektierte lokale CPTP/GKLS-Prozesse (Verletzung von Formelkästen II.4.2).[3–5]
3. Abweichungen von $-c^2 d\tau_{\text{geo}}^2 = -c^2 dt^2 + \|d\vec{x}\|^2$ bei idealen Uhren in flachen, lokal-inertialen Situationen (Formelkasten II.6.1).[1, 2]
4. Verletzung von No-Signalling bzw. kausaler Entkopplung auf Erwartungswerten bei raumartiger Trennung (Lemma II.9.1; vgl. Kapitel II.9).[4]

Die Pass-Punkte sind nicht „nice to have“, sondern die minimalen Konsistenzbedingungen dafür, dass der FBA im flachen Limes die Minkowski-Referenzstruktur wirklich als Deduktionsresultat trägt. Die Fail-Punkte sind entsprechend so gewählt, dass sie entweder die Front-Kalibration, die Quadrik oder die Monotonie der irreversiblen Anteile direkt treffen.

Eingangskriterien für Folgeabhandlungen

Für Teil III - Quantenkinematik & CPTP-Kanäle:

- Verwendung von τ_{geo} als invariantem Linienmaß und c als fixiertem Skalenanker (Definition II.5.1 und Formelkasten II.6.1).
- Abbildung der zulässigen Prozesse als CPTP-Struktur und Vorbereitung der Dynamikseite über die Budget- und Kompositionsprinzipien. ^a

Für Teil IV - Dynamik, Messung & GKLS:

- Zulässige Generatoren sind CPTP/GKLS-konform; Monotonie von A als DPI/Spohn-Pfeil liefert eine operative Irreversibilitätsstruktur (Formelkasten II.4.2).[5, 6, 9, 10] ^b

Für Teil V - Raumzeit, Lichtkegel & lokale Feldtheorie:

- Kegelgeometrie als operative Kausalordnung; Fronten als Nullrichtungen (Korollar II.5.1 und Formelkasten II.6.1).
- Lokale Generatoren respektieren Budget-Additivität und No-Signalling (vgl. Kapitel II.9). ^c

Für Teil VI - Gravitation & Geometrie aus Budgetflüssen:

- Der flache Minkowski-Limes ist die Referenz; Krümmung erscheint als Abweichung durch Budget-Gradienten und Rückwirkung. ^d

Für Teil VII - Konstanten, Skalen & Renormierung, sowie Teil VIII - Klassischer Limes, Thermodynamik & Altern:

- Trennung τ_{geo} vs. A bleibt zentral; Skalen- und Renormierungsfragen betreffen Normierungen und effektive Läufe, nicht die Quadrik-Signatur im Referenzlimes. ^{e f}

Für Teil X - Vorhersagen, Falsifizierbarkeit & Brücke FBA \rightarrow QM \leftrightarrow ART:

- Die hier formulierte Pass/Fail-Logik wird dort als Protokoll- und Proxy-Katalog operationalisiert und gegen Labor, Astrophysik und Kosmologie gespiegelt. ^g

^aSiehe FBA Teil III: Quantenkinematik & CPTP-Kanäle, Kapitel III.3 - III.5: Zustände, CPTP-Kanäle & Hilbertraum-Formalismus.

^bSiehe FBA Teil IV: Dynamik & Messung (GKLS), Kapitel IV.3 - IV.7: Zulässige Prozesse, GKLS & DPI/Spohn.

^cSiehe FBA Teil V: Raumzeit, Lichtkegel & lokale Feldtheorie, Kapitel V.3 - V.6: Lichtkegel, Mikrokausalität & lokale Generatoren.

^dSiehe FBA Teil VI: Gravitation & Geometrie aus Budgetflüssen, Kapitel VI.3 - VI.5: Budgetflüsse, Krümmung & Redshift.

^eSiehe FBA Teil VII: Konstanten, Skalen & Renormierung, Kapitel VII.1 - VII.4: Kalibration, Normierungen & Skalenfluss.

^fSiehe FBA Teil VIII: Klassischer Limes, Thermodynamik & Altern, Kapitel VIII.6 - VIII.8: DPI/Spohn, Thermodynamik & Altersmaß.

^gSiehe FBA Teil X: Vorhersagen, Falsifizierbarkeit & Brücke FBA \rightarrow QM \leftrightarrow ART, Kapitel X.6 - X.8: Vorhersagen, Experimente & Vergleich.

II.12 Anhang: Überblick über die FBA-Reihe (Teile I–X)

Klick auf den Titel zum Download des PDF

1. **Teil I: FBA-Grundlagen: Abfolge, Budget, Eigenzeit & Pfeile.** *Ziel:* Basischicht bereitstellen: Abfolge, Budget, Eigenzeit/Alterung, Front und operativer Zeitpfeil (DPI); Minkowski-Limes aus der Budget-Quadrik; zulässige Dynamik und Lokalität/No-Signalling. *Import:* – (Referenz für alle Folgeteile). *Erweiterung:* Schnittstellenverträge, Pass/Fail-Checklisten, Lesefaden.
2. **Teil II: Zeit, Eigenzeit & Minkowski-Geometrie.** *Ziel:* Eigenzeit/Quadrik operativ fassen und Geodäten ableiten. *Import:* Grundlagen (Abfolge, Budget, Eigenzeit, Front/DPI). *Erweiterung:* glatter Limes, Variationsprinzip auf Weltlinien, Kalibration κ_τ .
3. **Teil III: Quantenkinematik & CPTP-Kanäle.** *Ziel:* Zustandsräume und Kanäle (CPTP) samt Komposition. *Import:* Grundlagen (Budget, Kanalsicht, Komposition). *Erweiterung:* konkrete Divergenzen/Kostenfunktoren \mathcal{C} , Messungen und Klassik-Register.
4. **Teil IV: Dynamik, Messung & GKLS (offene Systeme).** *Ziel:* Kontinuierliche offene Dynamik (GKLS) und operativer Zeitpfeil. *Import:* Kanäle/DPI. *Erweiterung:* Spohn-Monotonie, stationäre/NESS-Referenzen, Flüsse $b^{\text{rev}}, b^{\text{irr}}, b^{\text{ext}}$.
5. **Teil V: Raumzeit, Lichtkegel & lokale Feldtheorie.** *Ziel:* Lokale Feldgleichungen unter Front/Lokalität. *Import:* Front, Komposition, No-Signalling. *Erweiterung:* lokale GKLS-Generatoren, Lieb–Robinson-artige Schranken, effektive Lichtkegel.
6. **Teil VI: Gravitation & Geometrie aus Budgetflüssen.** *Ziel:* Geometrisierung von Budgetflüssen. *Import:* Budget-Quadrik/Eigenzeit. *Erweiterung:* effektive Metriken aus Kalibrationen (κ_t, κ_x) und internen Spannungen; Kopplung an Krümmung.
7. **Teil VII: Konstanten, Skalen & Renormierung.** *Ziel:* Skalenführung der Kalibrationsätze. *Import:* $c = \kappa_t/\kappa_x, \kappa_\tau$. *Erweiterung:* Flow-Gleichungen für $\kappa_t, \kappa_x, \kappa_\tau$; Stabilität von c .
8. **Teil VIII: Klassischer Limes, Thermodynamik & Altern.** *Ziel:* Makroskopik aus $A[\gamma]$ (Alterung) und DPI. *Import:* Eigenzeit/Alterung, Spohn. *Erweiterung:* Entropieproduktion, Euler–Lagrange-Formen für irreversible Flüsse, effektive Transportgleichungen.
9. **Teil IX: Kosmische Dynamik, Time Dilation & Inflation (TDI).** *Ziel:* Kosmische Abfolge & Kalibrationsfluss. *Import:* Budget, Eigenzeit/Front. *Erweiterung:* Budgetgleichungen auf großskaligen Slices; Time-Dilation-Inflation als Kalibrationsdynamik.
10. **Teil X: Vorhersagen, Falsifizierbarkeit & Brücke FBA \rightarrow QM \leftrightarrow ART.** *Ziel:* Testbare Differenzen und Brücken FBA \leftrightarrow QM/ART. *Import:* alle Grundlagenbausteine. *Erweiterung:* Protokolle, Grenzfalltests, überbestimmte Konsistenzrelationen (Pass/Fail).

Alle Teile der FBA-Reihe sind in deutscher und englischer Sprache verfügbar unter
<https://www.frame-budget-approach.eu>

Literatur

- [1] H. Minkowski. „Raum und Zeit“. In: *Physikalische Zeitschrift* 10 (1909). Vortrag auf der 80. Versammlung Deutscher Naturforscher und Ärzte (Köln, 1908)., S. 104–111.
- [2] W. Rindler. *Relativity. Special, General, and Cosmological*. 2. Aufl. Oxford: Oxford University Press, 2006. ISBN: 9780198567325.
- [3] D. Petz. „Sufficient Subalgebras and the Relative Entropy of States of a von Neumann Algebra“. In: *Communications in Mathematical Physics* 105.1 (1986), S. 123–131. DOI: 10.1007/BF01212345.
- [4] M. A. Nielsen und I. L. Chuang. *Quantum Computation and Quantum Information. 10th Anniversary Edition*. Cambridge: Cambridge University Press, 2010. ISBN: 9781107002173.
- [5] H. Spohn. „Entropy Production for Quantum Dynamical Semigroups“. In: *Journal of Mathematical Physics* 19.5 (1978), S. 1227–1230. DOI: 10.1063/1.523789.
- [6] H.-P. Breuer und F. Petruccione. *The Theory of Open Quantum Systems*. Oxford: Oxford University Press, 2002. ISBN: 9780199213900.
- [7] A. Einstein. „Zur Elektrodynamik bewegter Körper“. In: *Annalen der Physik* 322.10 (1905), S. 891–921. DOI: 10.1002/andp.19053221004.
- [8] S. M. Carroll. *Spacetime and Geometry. An Introduction to General Relativity*. San Francisco: Addison-Wesley, 2004. ISBN: 9780805387322.
- [9] G. Lindblad. „On the Generators of Quantum Dynamical Semigroups“. In: *Communications in Mathematical Physics* 48.2 (1976), S. 119–130. DOI: 10.1007/BF01608499.
- [10] V. Gorini, A. Kossakowski und E. C. G. Sudarshan. „Completely Positive Dynamical Semigroups of N -Level Systems“. In: *Journal of Mathematical Physics* 17.5 (1976), S. 821–825. DOI: 10.1063/1.522979.